

**GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE**  
**Appello di FEBBRAIO 2011 - Compito A**

Nome e Cognome:.....

Matricola:.....

Corso di laurea:.....

	I	II	III	IV
(a)				
(b)				<b>X</b>
(c)	<b>X</b>			<b>X</b>
(d)	<b>X</b>			<b>X</b>
PARZIALI				

**Regole:**

TOTALE:

- Scrivere solo con penna blu o nera (niente matita!), in modo leggibile ed ordinato.
- Scrivere i vari passaggi motivandoli con spiegazioni brevi e precise, verrà corretto solo ciò che è scritto sui fogli pinzati, niente brutta copia.

**PARTE I**

- (a) Scrivere la definizione precisa di matrice ridotta per righe. Scrivere un esempio di matrice  $3 \times 4$  ridotta per righe. **(3 pt)**
- (b) Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema lineare nelle incognite  $x, y, z$  al variare del parametro reale  $h$ . **(7 pt)**

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Svolgimento della parte I.**

## PARTE II

Sia  $f_h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$f_h(x, y, z) = (x + y + z, 2x + 2y, hz)$$

al variare del parametro reale  $h$ .

- (a) Scrivere la matrice associata a  $f_h$ . **(1 pt)**
- (b) Scrivere in generale la definizione di funzione iniettiva e di funzione suriettiva. **(2 pt)**
- (c) Stabilire, per ogni  $h$  reale, se  $f_h$  è iniettiva e/o suriettiva. **(2 pt)**
- (d) Stabilire per quali valori di  $h$  reale  $f_h$  è diagonalizzabile. **(5 pt)**

**Svolgimento della parte II.**

### PARTE III

- Siano date le coniche di equazione cartesiana

$$\mathcal{C}(\lambda) : 4x^2 + 2\lambda xy + y^2 + 4x + 1 = 0$$

al variare del parametro reale  $\lambda$ .

- (a) Determinare il tipo della conica  $\mathcal{C}(\lambda)$  per ogni valore di  $\lambda$  reale. **(4 pt)**
  - (b) Per  $\lambda = \sqrt{10}$  determinare l'equazione canonica di  $\mathcal{C}(\sqrt{10})$ . **(2 pt)**
- Sia data la retta
- $$r : \begin{cases} 2(1 - y) = z \\ 3(x - 1) = 4z \end{cases}$$
- (c) Scrivere l'equazione del fascio di piani per  $r$ . **(1 pt)**
  - (d) Determinare il piano passante per  $r$  e perpendicolare al vettore  $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ . **(3 pt)**

**Svolgimento della parte III.**

#### **PARTE IV**

Sia  $V$  uno spazio vettoriale reale. Cosa significa che i vettori  $v_1, \dots, v_n \in V$  sono linearmente indipendenti? (**3 pt**)

**Svolgimento della parte IV.**

**GEOMETRIA E ALGEBRA LINEARE**  
**Appello di FEBBRAIO 2011 - Compito B**

Nome e Cognome:.....

Matricola:.....

Corso di laurea:.....

	I	II	III	IV
(a)				
(b)				<b>X</b>
(c)	<b>X</b>			<b>X</b>
(d)	<b>X</b>			<b>X</b>
PARZIALI				

**Regole:**

TOTALE:

- Scrivere solo con penna blu o nera (niente matita!), in modo leggibile ed ordinato.
- Scrivere i vari passaggi motivandoli con spiegazioni brevi e precise, verrà corretto solo ciò che è scritto sui fogli pinzati, niente brutta copia.

**PARTE I**

- (a) Scrivere la definizione precisa di matrice ridotta per righe. Scrivere un esempio di matrice  $3 \times 4$  NON ridotta per righe. **(3 pt)**
- (b) Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema lineare nelle incognite  $x, y, z$  al variare del parametro reale  $h$ . **(7 pt)**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & h \\ 4 & 4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Svolgimento della parte I.**

## PARTE II

Sia  $f_m : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$f_m(x, y, z) = (3x + 3y + z, x + y, mz)$$

al variare del parametro reale  $m$ .

- (a) Scrivere la matrice associata a  $f_m$ . **(1 pt)**
- (b) Scrivere in generale la definizione di funzione iniettiva e di funzione suriettiva. **(2 pt)**
- (c) Stabilire, per ogni  $m$  reale, se  $f_m$  è iniettiva e/o suriettiva. **(2 pt)**
- (d) Stabilire per quali valori di  $m$  reale  $f_m$  è diagonalizzabile. **(5 pt)**

**Svolgimento della parte II.**

### PARTE III

- Siano date le coniche di equazione cartesiana

$$\mathcal{C}(\mu) : 2\mu xy + (1 - \mu^2)y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$$

al variare del parametro reale  $\mu$ .

- (a) Determinare il tipo della conica  $\mathcal{C}(\mu)$  per ogni valore di  $\mu$  reale. **(4 pt)**
  - (b) Per  $\mu = 2$  determinare l'equazione canonica di  $\mathcal{C}(2)$ . **(2 pt)**
- Sia data la retta
- $$r : \begin{cases} 2(x - 1) = z \\ 3(y - 2) = 4z \end{cases}$$
- (c) Scrivere l'equazione del fascio di piani per  $r$ . **(1 pt)**
  - (d) Determinare il piano passante per  $r$  e perpendicolare al vettore  $\mathbf{v} = -6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ . **(3 pt)**

**Svolgimento della parte III.**

#### **PARTE IV**

Sia  $V$  uno spazio vettoriale reale. Cosa significa che i vettori  $v_1, \dots, v_n \in V$  generano  $V$ ? (**3 pt**)

**Svolgimento della parte IV.**