

Le Coniche nei *Principia*

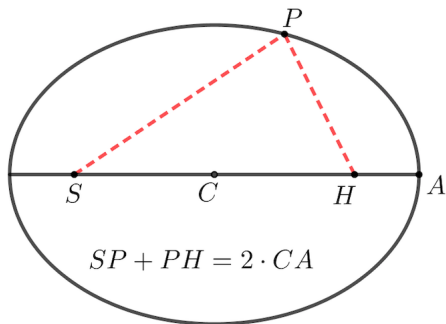
Trento, 2020

Premessa

- ▶ Molte proposizioni importanti dei *Principia* si collegano alle sezioni coniche, trattate in termini *geometrici*.¹
- ▶ Quindi per valutare adeguatamente la grandezza di questo testo occorre avere ben presenti alcune proprietà di queste curve.
- ▶ In ciò che segue il riferimento è all'ellisse; ma molte proprietà si possono estendere (con le opportune modifiche) anche alle altre sezioni.
- ▶ Nell'ultima slide sono aggiunti alcuni commenti sulle differenze tra le coniche “di oggi” e quelle della matematica greca (ed in gran parte di Newton).

¹Un testo importante che mette in evidenza gli aspetti geometrici, o per meglio dire di “geometria infinitesimale” dei *Principia* è [Pask(2013)].

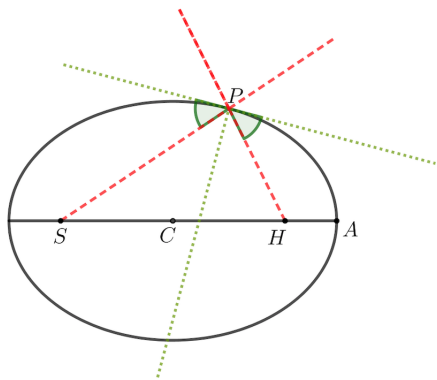
I fuochi



I fuochi dell'ellisse

Come mostra la figura, la somma delle distanze di un punto arbitrario dell'ellisse dai fuochi si mantiene costante. Questa proprietà può anche servire *per noi* come *definizione*.

La tangente ed i raggi focali



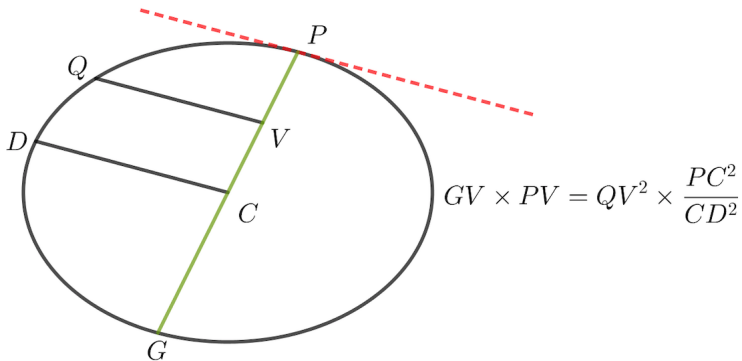
Gli angoli indicati in verde nella figura sono uguali. La normale per P è la bisettrice dell'angolo \widehat{SPH} .

Esercizio

Dimostrare questa proprietà utilizzando le coordinate bipolari.

Con queste coordinate l'ellisse ha un'equazione della forma $x + y = 2a \dots$

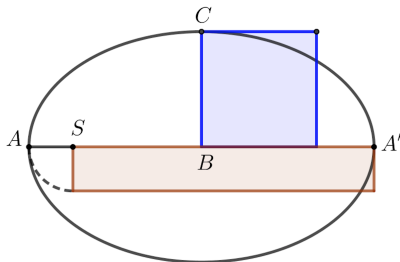
Equazione dell'ellisse rispetto ad una coppia di diametri coniugati



C è il punto medio del diametro GP .

Le coniche di Apollonio

Può essere utile consultare il testo di Heath, [Heath(1896), pp. 113-118]. I Fuochi, hanno un ruolo ben diverso: appaiono in questo modo (per l'ellisse):



I fuochi sono i due punti S sull'asse maggiore (in figura ne è indicato uno) tali che $AS \times SA' = CB^2$. Solo alla fine del Libro III si ha la proprietà vista nella figura precedente.

[Heath(1896)] Heath T. L. (1896).

Apollonius of Perga. Treatise on Conic Sections. Edited in modern notation with introductions including an essay on the earlier history of the subject by T.L. Heath.

Cambridge at the University Press, Cambridge.

[Pask(2013)] Pask C. (2013).

Magnificent Principia.

Amherst, New York, Prometheus Books edizione.