

**EUCLIDE**  
**TUTTE LE OPERE**

Testo greco a fronte

Introduzione, traduzione,  
note e apparati di Fabio Acerbi

 **BOMPIANI**  
**IL PENSIERO OCCIDENTALE**

### III B. DATA

I *Data* sono la prima in ordine tra le opere propedeutiche all'acquisizione di abilità atte a risolvere problemi geometrici con la tecnica dell'analisi. Così ci spiega Pappo nella sua presentazione del *corpus* analitico all'inizio del libro VII della *Collectio*. Per tentare di capire i *Data*, opera quanto più possibile lontana dalla nostra pratica e sensibilità matematica, è dunque opportuno dotarsi di una spiegazione preliminare di che cosa sia l'analisi e sintesi antica. Questo è però un problema storiografico gigantesco. Mi limiterò pertanto a proporre una descrizione sommaria e, soprattutto, a mostrare tramite esempi che i resoconti correnti danno un'immagine alquanto parziale, quando non erronea, delle forme che assunse il procedimento. Non mi soffermerò sul problema delle possibili origini del metodo, né sulla favoletta di Proclo che ne attribuisce l'invenzione a Platone.<sup>1</sup>

#### 1. *Analisi e sintesi*

##### 1.A *Definizioni*

Nel *corpus* matematico antico troviamo alcune definizioni di analisi e sintesi. La più nota è quella di Pappo (in corsivo alcuni punti discussi nel séguito):<sup>2</sup>

*collectio* VII.1 Ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος, Ἐρμόδωρε τέκνον, κατὰ σύλληψιν ἰδία τίς ἐστιν ὕλη παρεσκευασμένη μετὰ τὴν τῶν κοινῶν στοιχείων ποίησιν τοῖς βουλομένοις ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὐρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων,<sup>3</sup> καὶ εἰς τοῦτο μόνον χρησίμη καθεστῶσα. γέγραπται

Il cosiddetto *corpus* analitico,<sup>6</sup> diletto Ermodoro, è per dirla in breve una certa materia particolare predisposta, dopo la composizione degli elementi generali, per coloro che vogliono acquisire nelle dimostrazioni geometriche una capacità di scoperta dei problemi loro proposti, e risulta utile per questo soltanto. È stato scritto da tre autori,

δὲ ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν, Εὐκλείδου τε τοῦ στοιχειωτοῦ καὶ Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου καὶ Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου, κατὰ ἀνάλυσιν καὶ σύνθεσιν ἔχουσα τὴν ἔφοδον. ἀνάλυσις τοίνυν ἐστὶν ὁδὸς ἀπὸ τοῦ ζητουμένου ὡς ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἐξῆς ἀκολουθῶν ἐπί τι ὁμολογούμενον συνθέσει· ἐν μὲν γὰρ τῇ ἀναλύσει τὸ ζητούμενον ὡς γεγονός ὑποθέμενοι τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοπούμεθα καὶ πάλιν ἐκείνου τὸ προηγούμενον, ἕως ἂν οὕτως ἀναποδίζοντες καταστήσωμεν εἰς τι τῶν ἤδη γνωριζομένων ἢ τάξιν ἀρχῆς ἐχόντων· καὶ τὴν τοιαύτην ἔφοδον ἀνάλυσιν καλοῦμεν, οἷον ἀνάπαλιν λύσιν. ἐν δὲ τῇ συνθέσει ἐξ ὑποστροφῆς τὸ ἐν τῇ ἀναλύσει καταληφθὲν ὕστατον ὑποστησάμενοι γεγονός ἤδη, καὶ ἐπόμενα τὰ ἐκεῖ [ἐνταῦθα] προηγούμενα κατὰ φύσιν τάξαντες καὶ ἀλλήλοις ἐπισυνθέμενοι, εἰς τέλος ἀφικνούμεθα τῆς τοῦ ζητουμένου κατασκευῆς· καὶ τοῦτο καλοῦμεν σύνθεσιν.

**VII.2** Διττὸν δ' ἐστὶν ἀναλύσεως γένος, τὸ μὲν ζητητικὸν τάληθοῦς, ὃ καλεῖται θεωρητικόν, τὸ δὲ ποριστικὸν τοῦ προταθέντος [λέγειν],<sup>4</sup> ὃ καλεῖται προβληματικόν. ἐπὶ μὲν οὖν τοῦ θεωρητικοῦ γένους τὸ ζητούμενον ὡς ὄν ὑποθέμενοι καὶ ὡς ἀληθές, εἶτα διὰ τῶν ἐξῆς ἀκολουθῶν ὡς ἀληθῶν καὶ ὡς ἔστιν καθ' ὑπόθεσιν προελθόντες ἐπὶ τι ὁμολογούμενον, εἰ μὲν ἀληθές ἢ ἐκεῖνο τὸ ὁμολογούμενον, ἀληθές ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, εἰ μὲν δὲ ψεῦδος ὁμολογούμενον ἐντύχωμεν, ψεῦδος ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον.

Euclide l'uomo degli *Elementi* e Apollonio Pergeo e Aristeo il vecchio, ed ha la procedura<sup>7</sup> per analisi e sintesi. *Analisi è invero un percorso da ciò che è cercato come concesso tramite i conseguenti successivi fino a un qualcosa concesso per sintesi*: nell'analisi, *infatti*, supponendo come realizzato ciò che è cercato investighiamo ciò da cui questo consegue e di nuovo il precedente di quello, fino a che, procedendo così a ritroso, perveniamo a qualcosa di già noto o che ha ruolo di principio; e chiamiamo tale procedura analisi, come fosse una soluzione all'indietro.<sup>8</sup> Nella sintesi invece, per converso, ciò che nell'analisi fu preso per ultimo lo assumeremo come già realizzato, e disponendo secondo natura come conseguenti quelli che li <erano> precedenti e connettendoli<sup>9</sup> tra loro, giungiamo al compimento della costruzione di ciò che è cercato: e questo chiamiamo sintesi.

C'è un duplice genere di analisi: quello che cerca il vero, che è chiamato teoremativo, e quello che produce ciò che è stato proposto, che è chiamato problematico. Nel genere teoremativo, supponendo ciò che è cercato come sussistente e come vero, procedendo poi tramite i conseguenti successivi come veri e come sono per ipotesi fino a qualcosa di concesso, qualora quel che è concesso sia vero, sarà vero anche ciò che è cercato, e *la dimostrazione inversa dell'analisi*, mentre qualora ci imbattiamo in una falsità riconosciuta, sarà falso anche ciò che è cercato. Nel gene-

ἐπὶ δὲ τοῦ προβληματικοῦ γένους τὸ προταθὲν ὡς γνωσθὲν ὑποθέμενοι, εἶτα διὰ τῶν ἐξῆς ἀκολουθῶν ὡς ἀληθῶν προελθόντες ἐπὶ τι ὁμολογούμενον, ἔαν μὲν τὸ ὁμολογούμενον δυνατὸν ἢ καὶ ποριστόν,<sup>5</sup> ὁ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθέν, δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ προταθέν, καὶ πάλιν ἢ ἀποδειξίς ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, ἔαν δὲ ἀδυνάτῳ ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ἀδύνατον ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα.

[Διορισμὸς δὲ ἔστιν προδιαστολή τοῦ πότε καὶ πῶς καὶ ποσαχῶς δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα.]

Τοσαῦτα μὲν οὖν περὶ ἀναλύσεως καὶ συνθέσεως.

**VII.3** Τῶν δὲ προειρημένων τοῦ ἀναλυομένου βιβλίων ἢ τάξεις ἔστιν τοιαύτη· Εὐκλείδου δεδομένων βιβλίον α', Ἀπολλωνίου λόγου ἀποτομῆς β', χωρίου ἀποτομῆς β', διωρισμένης τομῆς δύο, ἐπαφῶν δύο, Εὐκλείδου πορισμάτων τρία, Ἀπολλωνίου νεύσεων δύο, τοῦ αὐτοῦ τόπων ἐπιπέδων δύο, κωνικῶν ἦ', Ἀρισταίου τόπων στερεῶν πέντε, Εὐκλείδου τόπων τῶν πρὸς ἐπιφανείᾳ δύο, Ἐρατοσθένους περὶ μεσοτήτων δύο. γίνονται βιβλία λγ', ὧν τὰς περιοχὰς μέχρι τῶν Ἀπολλωνίου κωνικῶν ἐξεθέμην σοι πρὸς ἐπίσκεψιν, καὶ τὸ πλῆθος τῶν τόπων καὶ τῶν διορισμῶν καὶ τῶν πτώσεων καθ' ἕκαστον βιβλίον, ἀλλὰ καὶ τὰ λήμματα τὰ ζητούμενα, καὶ οὐδεμίαν ἐν τῇ πραγματείᾳ τῶν βιβλίων καταλέλοιπα ζήτησιν, ὡς ἐνόμζον.

re problematico invece, supponendo ciò che è proposto come noto, procedendo poi tramite i conseguenti successivi come veri fino a qualcosa di concesso, qualora ciò che è concesso sia possibile e producibile – ciò che i matematici chiamano dato – sarà possibile anche ciò che è proposto, e di nuovo *la dimostrazione conversa dell'analisi*, e qualora ci imbattiamo in un'impossibilità riconosciuta, sarà impossibile anche il problema.

[E determinazione è la distinzione preliminare del quando e come e quante volte è possibile il problema.]<sup>10</sup>

Questo dunque per quanto riguarda analisi e sintesi.

*L'ordinamento* dei predetti libri del <dominio> analitico è il seguente: 1 libro dei *Data* di Euclide, 2 *Resecazione di un rapporto* di Apollonio, 2 *Resecazione di un dominio*, 2 della *Sezione determinata*, 2 delle *Tangenze*, 3 dei *Porismi* di Euclide, 2 delle *Inclinazioni* di Apollonio, 2 dei *Luoghi piani* del medesimo, 8 delle *Coniche*,<sup>11</sup> 5 dei *Luoghi solidi* di Aristeo, 2 dei *Luoghi su superficie* di Euclide, 2 *Sulle medietà* di Eratostene. Risultano 32 libri,<sup>12</sup> i contenuti dei quali fino alle *Coniche* di Apollonio ho esposto per la tua riflessione, e per ciascun libro la molteplicità delle disposizioni e delle determinazioni e dei casi,<sup>13</sup> ma anche i lemmi richiesti, e non ho tralasciato nessuna ricerca nella trattazione dei libri, almeno così credo.