


© 2002, Gius. Laterza & Figli

Prima edizione 2002

Carlo Cellucci

*Filosofia  
e matematica*

 *Editori Laterza*

Proprietà letteraria riservata  
Gius. Laterza & Figli Spa, Roma-Bari  
Finito di stampare nel settembre 2002  
Poligrafico Dehoniano -  
Stabilimento di Bari  
per conto della  
Gius. Laterza & Figli Spa  
CL 20-6766-8  
ISBN 88-420-6766-0

Non cesseremo di esplorare  
E alla fine di tutto il nostro esplorare  
Arriveremo là donde eravamo partiti  
E per la prima volta conosceremo  
quel luogo.

T.S. Eliot  
Little Gidding

È vietata la riproduzione, anche parziale, con qualsiasi mezzo effettuata, compresa la fotocopia, anche ad uso interno o didattico.

Per la legge italiana la fotocopia è lecita solo per uso personale *purché non danneggi l'autore*. Quindi ogni fotocopia che eviti l'acquisto di un libro è illecita e minaccia la sopravvivenza di un modo di trasmettere la conoscenza.

Chi fotocopia un libro, chi mette a disposizione i mezzi per fotocopiare, chi comunque favorisce questa pratica commette un furto e opera ai danni della cultura.



# Indice del volume

- gradi di correttezza delle dimostrazioni, 195;
  - incompletezza, 192-193;
  - interazione con la conoscenza esistente, 190-192;
  - pluralità delle dimostrazioni, 195-196;
  - produzione di nuova informazione, 190;
  - spiegazione della soluzione di problemi, 189-190.
- variazione dei dati:  
- parziale, 294-295;  
- totale, 292-294.

487502

VII

## Introduzione

Parte prima

### *La concezione fondazionalista*

5

#### 1. La concezione fondazionalista

1. Caratteri della concezione fondazionalista, p. 5 - 2. Filosofia e giustificazione, p. 6 - 3. L'ambito della filosofia, p. 7

9

#### 2. Le origini della concezione fondazionalista

1. Impossibilità di una logica della scoperta, p. 9 - 2. Il ruolo del genio, p. 10 - 3. La natura del metodo, p. 11 - 4. La concezione concreta, p. 14 - 5. Condizioni sui sistemi di assiomi, p. 14 - 6. La filosofia come logica della giustificazione, p. 16 - 7. Il metodo della logica della giustificazione, p. 17

19

#### 3. La concezione fondazionalista e la certezza

1. La possibilità della conoscenza sintetica a priori, p. 19 -
2. La possibilità dell'intuizione pura, p. 21 - 3. La possibilità della costruzione, p. 23 - 4. Metodo assiomatico e costruzione, p. 25

27

#### 4. L'influenza della concezione fondazionalista

1. La centralità dell'intuizione, p. 27 - 2. La natura del metodo, p. 28 - 3. La concezione astratta, p. 30 - 4. Condizioni sui sistemi di assiomi, p. 32 - 5. La metamatematica come logica della giustificazione, p. 33

35

#### 5. La matematica in panni romantici

1. Un'opinione diffusa, p. 35 - 2. Una presunta filosofia implicita, p. 36 - 3. Il romanticismo e la matematica, p. 38 - 4.



L'influenza del romanticismo, p. 39 - 5. Il romanticismo e la concezione astratta, p. 40 - 6. «Nescimus sed sciemus», p. 41	
<b>6. I programmi della coerenza e della conservazione</b>	<b>44</b>
1. I paradossi, p. 44 - 2. Matematica finitaria e matematica infinitaria, p. 45 - 3. Il programma della coerenza, p. 46 - 4. Il programma della conservazione, p. 49 - 5. Equivalenza dei due programmi, p. 51 - 6. Aspettative sulla realizzabilità dei programmi, p. 52	
<b>7. La matematica come sistema chiuso</b>	<b>54</b>
1. L'assunzione del mondo chiuso, p. 54 - 2. La formulazione dell'assunzione del mondo chiuso, p. 55 - 3. La base della certezza degli assiomi, p. 57 - 4. L'articolazione dell'assunzione del mondo chiuso, p. 57 - 5. La natura della matematica, p. 58	
Parte seconda <i>I limiti della concezione fondazionalista</i>	
<b>8. I risultati limitativi</b>	<b>63</b>
1. Incompletezza e indecidibilità, p. 63 - 2. Indefinitività della verità, p. 64 - 3. Indimostrabilità della coerenza, p. 65 - 4. Indimostrabilità della coerenza esterna, p. 66 - 5. Non-caratterizzabilità, p. 67 - 6. Esistenza di estensioni false, p. 69 - 7. Incompletezza rispetto alla validità logica, p. 70	
<b>9. Le resistenze al crollo</b>	<b>73</b>
1. Formalizzabilità della matematica nota, p. 73 - 2. Formalizzabilità in una successione di sistemi formali, p. 74 - 3. Non-formalizzabilità della matematica finitaria, p. 74 - 4. Utilizzabilità di sistemi con vincoli di coerenza, p. 76 - 5. Giustificabilità del nocciolo della pratica matematica, p. 78	
<b>10. L'illusione dell'intuizione intellettuale</b>	<b>80</b>
1. La matematica e lo spirito del tempo, p. 80 - 2. L'intuizione intellettuale, p. 82 - 3. Il metodo fenomenologico, p. 83 - 4. Insufficienza del metodo fenomenologico, p. 84	
<b>11. Il fallimento della concezione fondazionalista</b>	<b>86</b>
1. Insostenibilità dell'assunzione del mondo chiuso, p. 86 - 2. Vantaggi dell'incompletezza rispetto alla validità logica, p. 86 - 3. Pensiero matematico e sistemi formali, p. 89 - 4. Insostenibilità della concezione fondazionalista, p. 91	
<b>12. Intuizione e mostri</b>	<b>92</b>
1. Mostri, p. 92 - 2. Curve e tangenti, p. 92 - 3. Curve e quadrati, p. 94 - 4. Curve e lunghezze, p. 95 - 5. Stati e confini, p. 96 - 6. Superfici e aree, p. 98 - 7. Composizioni di sfere, p. 99 - 8. Intuizione e certezza, p. 100	
<b>13. La correttezza delle dimostrazioni</b>	<b>101</b>
1. Gli errori nelle dimostrazioni, p. 101 - 2. Il controllo della formalizzazione, p. 103 - 3. Le dimostrazioni lunghe, p. 104 - 4. Le dimostrazioni con l'aiuto del computer, p. 107	
<b>14. I difetti del riduzionismo</b>	<b>109</b>
1. Il riduzionismo assiomatico, p. 109 - 2. L'antiriduzionismo assiomatico, p. 114	
<b>15. I limiti della concezione astratta</b>	<b>118</b>
1. Difetti della concezione astratta, p. 118 - 2. Incongruenze dei sostenitori della concezione astratta, p. 123	
<b>16. Il metodo assiomatico in abiti dimessi</b>	<b>127</b>
1. Logica dell'organizzazione, p. 127 - 2. Logica dell'unificazione, p. 128 - 3. Logica della postulazione, p. 129 - 4. Logica della scoperta, p. 131 - 5. Logica della giustificazione debole, p. 133 - 6. Logica dell'inversione, p. 134	
<b>17. Concezione fondazionalista e oggetti matematici</b>	<b>137</b>
1. Il problema dell'esistenza matematica, p. 137 - 2. Il ruolo del problema dell'esistenza matematica, p. 138 - 3. Caduta del problema dell'esistenza matematica, p. 139 - 4. Irrilevanza del problema dell'esistenza matematica, p. 140	
Parte terza <i>La concezione euristica</i>	
<b>18. La concezione euristica</b>	<b>145</b>
1. Caratteri della concezione euristica, p. 145 - 2. Il posto della scoperta nell'attività matematica, p. 146 - 3. La natura dei metodi di scoperta, p. 148	

19. **Le origini della concezione euristica** 151  
 1. La necessità del metodo, p. 151 - 2. Il metodo come logica, p. 153 - 3. La natura del metodo, p. 155
20. **La concezione euristica e la certezza** 159  
 1. Logica della scoperta e certezza, p. 159 - 2. Intuizione e deduzione, p. 160 - 3. Impossibilità di regole per l'intuizione e la deduzione, p. 162 - 4. La rinuncia a una logica della scoperta, p. 164
21. **L'ampliatività dell'inferenza** 166  
 1. L'abbandono del mito della certezza, p. 166 - 2. Il paradosso dell'inferenza, p. 167 - 3. La non-ampliatività dell'inferenza corretta, p. 168 - 4. Obiezioni contro la non-ampliatività, p. 169 - 5. La necessità di estendere l'ambito della logica, p. 172
22. **Il metodo analitico** 174  
 1. L'infinità della ricerca delle ipotesi, p. 174 - 2. Il metodo della riduzione, p. 175 - 3. Il metodo delle ipotesi, p. 177 - 4. Metodo analitico contro metodo assiomatico, p. 179 - 5. La fortuna del metodo analitico, p. 180
23. **L'opposizione al metodo analitico** 183  
 1. L'infondatezza delle ipotesi, p. 183 - 2. L'algoritmicità delle ipotesi, p. 184 - 3. La necessità dell'intuizione e della divinazione, p. 184 - 4. Il regresso all'infinito, p. 185 - 5. Il cammino infinito, p. 185 - 6. L'unicità delle ipotesi, p. 186 - 7. La località, p. 187 - 8. La modularità, p. 188
24. **I vantaggi del metodo analitico** 189  
 1. La spiegazione della soluzione dei problemi, p. 189 - 2. La produzione di nuova informazione, p. 190 - 3. L'interazione con la conoscenza esistente, p. 190 - 4. La cambiabilità delle regole in corso d'opera, p. 192 - 5. L'incompletezza, p. 192 - 6. La giustificazione delle ipotesi, p. 193 - 7. I gradi di correttezza delle dimostrazioni, p. 195 - 8. La pluralità delle dimostrazioni, p. 195 - 9. L'antriduzionismo analitico, p. 196
25. **La riduzione all'assurdo e il metodo analitico** 198  
 1. La riduzione all'assurdo, p. 198 - 2. Differenze rispetto al metodo analitico, p. 199 - 3. La dimostrazione indiretta, p. 199 - 4. Il «modus tollens», p. 200 - 5. Riduzione all'assurdo ed esperienza immediata, p. 201
26. **La matematica come sistema aperto** 203  
 1. L'assunzione del mondo aperto, p. 203 - 2. Il carattere interattivo dello sviluppo della matematica, p. 203 - 3. L'esigenza dell'assunzione del mondo aperto, p. 205 - 4. L'articolazione dell'assunzione del mondo aperto, p. 205 - 5. La natura della matematica, p. 206 - 6. Soluzione di problemi contro dimostrazione di teoremi, p. 207 - 7. Fallibilità contro infallibilità, p. 210
27. **La matematica come soluzione di problemi** 212  
 1. Le questioni fondamentali della concezione euristica, p. 212 - 2. La nascita dei problemi matematici, p. 212 - 3. La posizione dei problemi matematici, p. 213 - 4. La soluzione dei problemi matematici, p. 216 - 5. Plausibilità della matematica come soluzione di problemi, p. 219
- Parte quarta  
***I procedimenti per trovare le ipotesi***
28. **La banalità dell'abduzione** 223  
 1. Inferenze non-deduttive per trovare le ipotesi, p. 223 - 2. Abduzione e ipotesi, p. 223 - 3. Abduzione e creatività, p. 224 - 4. Abduzione e «apagògè», p. 226 - 5. Abduzione e «invenio medii», p. 228
29. **Le ragioni della logica epicurea** 230  
 1. La centralità della deduzione, p. 230 - 2. La necessità dell'induzione e dell'analogia, p. 232
30. **L'induzione** 235  
 1. Il ruolo dell'induzione, p. 235 - 2. Le obiezioni contro l'induzione, p. 236 - 3. Il pregiudizio contro l'induzione, p. 238 - 4. Induzione e certezza, p. 239 - 5. L'induzione da più casi, p. 240 - 6. L'induzione da un solo caso, p. 241 - 7. Induzione e probabilità, p. 242
31. **L'analogia** 243  
 1. Il ruolo dell'analogia, p. 243 - 2. L'analogia per quasi-eguaglianza, p. 243 - 3. L'analogia per indistinguibilità separata, p. 245 - 4. L'analogia per equiproporzionalità, p. 246 - 5. L'analogia per concordanza, p. 248 - 6. L'analogia per concordanza e discordanza, p. 249

zionalismo, p. 303 - 4. Ipotesi contro funzioni, p. 305 - 5. Il limite del funzionalismo, p. 307

## Parte quinta *La matematica e il mondo fisico*

### 32. Induzione e analogia 251

1. Un rapporto elusivo, p. 251 - 2. L'induzione come sottospecie dell'analogia, p. 252 - 3. L'analogia come sottospecie dell'induzione, p. 253 - 4. Il rapporto tra induzione e analogia, p. 254

### 33. L'uso della figura 256

1. Uso della figura e pensiero matematico, p. 256 - 2. Uso della figura e induzione, p. 258 - 3. Uso della figura e analogia, p. 259 - 4. Uso della figura e visione, p. 260 - 5. Uso della figura e intuizione, p. 261 - 6. Uso della figura ed errore, p. 262

### 34. La generalizzazione e la particolarizzazione 265

1. La generalizzazione, p. 265 - 2. La particolarizzazione, p. 267 - 3. L'unione di generalizzazione e particolarizzazione, p. 268

### 35. La metafora e la metonimia 270

1. La metafora, p. 270 - 2. Le metafore extra-matematiche, p. 270 - 3. Le metafore intra-matematiche, p. 272 - 4. La metonimia, p. 274

### 36. La definizione 276

1. La definizione come abbreviazione, p. 276 - 2. Limiti della definizione come abbreviazione, p. 277 - 3. La definizione come mezzo di scoperta, p. 279 - 4. Differenze euristiche tra le definizioni, p. 281

### 37. L'ibridazione 285

1. Gli ibridi, p. 285 - 2. Ibridi e geometria, p. 286 - 3. Ibridi e calcolo infinitesimale, p. 289

### 38. La variazione dei dati 292

1. La variazione totale dei dati, p. 292 - 2. La variazione parziale dei dati, p. 294

### 39. Completamento del metodo 296

1. Le inferenze non-deduttive come insieme aperto, p. 296 - 2. Precisioni ed aggiunte sulle inferenze non-deduttive, p. 296 - 3. Completamento del metodo analitico, p. 298

### 40. Concezione euristica e oggetti matematici 300

1. Gli oggetti matematici come ipotesi, p. 300 - 2. Caratteri degli oggetti matematici come ipotesi, p. 301 - 3. Il fin-

### 41. Oggetti matematici e mondo fisico 311

1. Il rapporto tra la matematica e il mondo fisico, p. 311 - 2. L'astrazione, p. 311 - 3. L'idealizzazione, p. 314 - 4. Gli agenti ideali, p. 316 - 5. Gli oggetti matematici come ipotesi, p. 318

### 42. Il parallelismo e l'applicabilità della matematica 320

1. Il parallelismo, p. 320 - 2. I limiti del parallelismo, p. 323 - 3. L'applicabilità della matematica, p. 325 - 4. Leggi matematiche e mondo fisico, p. 326

### 43. L'efficacia della matematica 328

1. Curve geometriche e curve meccaniche, p. 328 - 2. Le corde vibranti, p. 329 - 3. La nozione di funzione, p. 330 - 4. Le funzioni analitiche, p. 331 - 5. La rinormalizzazione, p. 333 - 6. Il caos deterministico, p. 335 - 7. La ragionevole inefficacia della matematica, p. 336

### 44. La naturalizzazione della matematica 337

1. Matematica e sopravvivenza, p. 337 - 2. Ipotesi e adattamento, p. 338 - 3. Geometria e adattamento, p. 339 - 4. Aritmetica e adattamento, p. 341 - 5. Soluzione di problemi e adattamento, p. 344

### Conclusione 346

### Bibliografia 349

### Indice dei nomi 363

### Indice degli argomenti 369