

**EUCLIDE**  
**TUTTE LE OPERE**

Testo greco a fronte

Introduzione, traduzione,  
note e apparati di Fabio Acerbi

 **BOMPIANI**  
**IL PENSIERO OCCIDENTALE**

ISBN 978-88-452-5975-3

© 2007 R.C.S. Libri S.p.A., Milano  
I edizione Bompiani  
Il Pensiero Occidentale novembre 2007  
II edizione Bompiani  
Il Pensiero Occidentale aprile 2008

# ELEMENTI

# I

## ΟΡΟΙ

<1> Σημείον ἔστιν, οὐ μέρος οὐθέν. <2> Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές. <3> Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

<4> Εὐθεία γραμμὴ ἔστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κείται. <5> Ἐπιφάνεια δὲ ἔστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει. <6> Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

<7> Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἔστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κείται. <8> Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἔστιν ἢ ἐν ἐπίπεδῳ δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις. <9> Ὄταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία. <10> Ὄταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκάτερα τῶν ἴσων γωνιῶν ἔστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

<11> Ἀμβλεία γωνία ἔστιν ἢ μείζων ὀρθῆς. <12> Ὁξεῖα δὲ ἢ ἐλάσσων ὀρθῆς.

<13> Ὄρος ἔστιν, ὃ τινός ἐστι πέρας.

<14> Σχήμα ἔστι τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινων ὄρων περιεχόμενον.

<15> Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἢ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. <16> Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται. <17> Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἔστιν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον. <18> Ἡμικύκλιον δὲ ἔστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφέρειας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἔστιν.

## PRIMO

### TERMINI

<1> Punto è ciò di cui non <è> alcuna parte. <2> E linea lunghezza senza larghezza. <3> E limiti di una linea <sono> punti.

<4> Linea retta è quella che è posta ad uguale <livello> rispetto ai punti su se stessa. <5> E superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza. <6> E limiti di una superficie <sono> linee.

<7> Superficie piana è quella che è posta allo stesso livello rispetto alle rette su se stessa. <8> Ed angolo piano è, toccandosi tra loro due linee in un piano e non essendo poste in <linea> retta, l'inclinazione delle linee l'una rispetto all'altra. <9> E quando le linee che comprendono l'angolo siano rette, l'angolo è chiamato rettilineo. <10> E quando una retta che sta su una retta faccia gli angoli consecutivi uguali tra loro, uno e l'altro degli angoli uguali è retto, e la retta che sta su è chiamata perpendicolare a quella su cui sta.

<11> Angolo ottuso è quello maggiore di un retto. <12> Ed acuto quello minore di un retto.

<13> Termine è ciò che è limite di qualcosa.

<14> Figura è ciò che è compreso da uno o più termini.

<15> Cerchio è una figura piana compresa da una sola linea [che è chiamata circonferenza], tutte le rette che incidono sulla quale, <condotte> [alla circonferenza del cerchio] da un solo punto tra quelli che sono posti all'interno della figura, sono uguali tra loro. <16> Ed il punto è chiamato centro del cerchio. <17> E diametro del cerchio è una certa retta condotta per il centro e delimitata da una e dall'altra parte dalla circonferenza del cerchio, la quale secca anche il cerchio a metà. <18> E semicerchio è la figura compresa sia dal diametro che dall'arco staccato da esso. E centro del semicerchio lo stesso che è anche <centro> del cerchio.

<19> Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολὺπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα. <20> Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς. <21> Ἐτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλείαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας. <22> Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μὲν ἐστίν, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστίν οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλεῖσθω.

<23> Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

### ΑΙΤΗΜΑΤΑ

<1> Ἡτιήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθείαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

<2> Καὶ πεπερασμένην εὐθείαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

<3> Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

<4> Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

<5> Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένης τὰς δύο εὐθείας ἐπ' ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

### ΚΟΙΝΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

<1> Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

<2> Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

<19> Figure rettilinee sono quelle comprese da rette, trilatera quelle da tre, quadrilatera quelle da quattro, polilatera quelle comprese da più di quattro rette. <20> E delle figure trilatera triangolo equilatero è quello che ha i tre lati uguali, isoscele quello che ha due soli lati uguali, scaleno quello che ha i tre lati disuguali. <21> E ancora, delle figure trilatera triangolo rettangolo è quello che ha un angolo retto, ottusangolo quello che ha un angolo ottuso, acutangolo quello che ha i tre angoli acuti. <22> E delle figure quadrilatera quadrato è quello che è sia equilatero che rettangolo, eteromece quello che è rettangolo ma non equilatero, rombo quello che è equilatero ma non rettangolo, romboide quello che ha sia i lati che gli angoli opposti uguali tra loro, e che non è né equilatero né rettangolo; e i quadrilateri a parte questi siano chiamati trapezi.

<23> Parallele sono rette che, essendo nello stesso piano e prolungate illimitatamente da una e dall'altra parte, né da una né dall'altra si incontrano tra loro.

#### RICHIESTE

<1> Sia stato richiesto di condurre una linea retta da ogni punto a ogni punto.

<2> E di prolungare senza soluzione di continuità una retta limitata in <linea> retta.

<3> E che con ogni centro e intervallo sia tracciato un cerchio.

<4> E che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro.

<5> E che, qualora una retta che incide su due rette faccia minori di due retti gli angoli all'interno e dalla stessa parte, le due rette prolungate illimitatamente incidano dalla parte in cui sono gli <angoli> minori dei due retti.

#### NOZIONI COMUNI

<1> Gli uguali allo stesso sono anche uguali tra loro.

<2> E qualora a uguali siano sommati uguali, i totali sono uguali.

<3> Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῆ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

[<4> Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῆ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

<5> Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

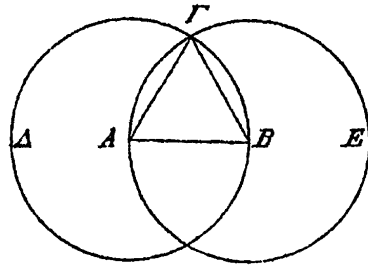
<6> Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.]

<7> Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

<8> Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μείζον [ἐστίν].

<9> Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσιν.

**1** Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.



Ἐστω ἡ δοθείσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ  $AB$ .

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς  $AB$  εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ  $A$  διαστήματι δὲ τῷ  $AB$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $BΓΔ$ , καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ  $B$  διαστήματι δὲ τῷ  $BA$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $ΑΓΕ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ

$Γ$  σημείου, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ  $A, B$  σημεία ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ  $ΓΑ, ΓΒ$ .

Καὶ ἐπεὶ τὸ  $A$  σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ  $ΓΔΒ$  κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΑΒ$ · πάλιν, ἐπεὶ τὸ  $B$  σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ  $ΓΑΕ$  κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ  $ΒΓ$  τῇ  $ΒΑ$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ  $ΓΑ$  τῇ  $ΑΒ$  ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν  $ΓΑ, ΓΒ$  τῇ  $ΑΒ$  ἐστὶν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ  $ΓΑ$  ἄρα τῇ  $ΓΒ$  ἐστὶν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ  $ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ$  ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς  $ΑΒ$ .

[Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέσταται]· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

**2** Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθείαν θέσθαι.

Ἐστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ  $A$ , ἡ δὲ δοθείσα εὐθεῖα ἡ  $ΒΓ$ · δεῖ δὴ πρὸς τῷ  $A$  σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ  $ΒΓ$  ἴσην εὐθείαν θέσθαι.



<3> E qualora da uguali siano sottratti uguali, i resti sono uguali.

[<4> E qualora a disuguali siano sommati uguali, i totali sono disuguali.

<5> E i doppi dello stesso sono uguali tra loro.

<6> E le metà dello stesso sono uguali tra loro.]

<7> Ed i sovrappontentisi tra loro sono uguali tra loro.

<8> E il totale [è] maggiore della parte.

<9> E due rette non comprendono un dominio.

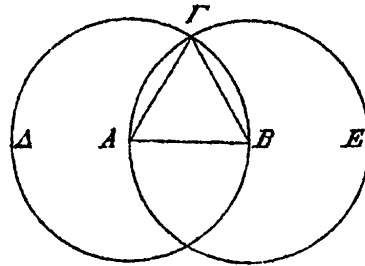
**1** Costruire sulla retta limitata data un triangolo equilatero.

Sia la retta limitata data

AB.

Si deve pertanto costruire sulla retta AB un triangolo equilatero.

Con centro A e intervallo AB sia stato tracciato un cerchio BΓΔ, e di nuovo con centro B e intervallo BA sia stato tracciato



un cerchio AΓE, e dal punto Γ, secondo cui si secano tra loro i cerchi, fino ai punti A, B siano state congiunte rette ΓA, ΓB.

E poiché il punto A è centro del cerchio ΓΔB, AΓ è uguale a AB; di nuovo, poiché il punto B è centro del cerchio ΓAE, BΓ è uguale a BA. E fu anche dimostrata ΓA uguale a AB: una e l'altra delle ΓA, ΓB è quindi uguale a AB. E gli uguali allo stesso sono anche uguali tra loro: anche ΓA è quindi uguale a ΓB: le tre ΓA, AB, BΓ sono quindi uguali tra loro.

Il triangolo ABΓ è quindi equilatero, e risulta costruito sulla retta limitata data AB.

[Sulla retta limitata data risulta quindi costruito un triangolo equilatero]: il che si doveva fare.

**2** Porre sul punto dato una retta uguale alla retta data.

Sia il punto dato A, la retta data BΓ: si deve pertanto porre sul punto A una retta uguale alla retta data BΓ.