

28 febbraio 1957

scritti di:

**Castelnuovo**  
**D'Alessandro**  
**Fornaca**  
**Laporta**  
**ed altri**

# Scuola e *città*



LA NUOVA ITALIA - FIRENZE

## L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

È uscito in questi giorni nella Collana « Didattica viva » de « La Nuova Italia » un volumetto dal titolo *Avviamento al calcolo*; è il primo libro di una serie che sarà dedicata alla didattica matematica<sup>1</sup>. Non vogliamo fermarci su questa pubblicazione che sarà recensita da altri e che, del resto, s'impone all'attenzione dell'insegnante dato il nome degli autori: J. Piaget, il psicologo di Ginevra, A. Chatelet, decano della Facoltà di Scienze di Parigi, e B. Boscher, nota ispettrice degli asili francesi; ma vorremmo piuttosto spiegare al lettore, e ci rivolgiamo a tutti i lettori, il perché di una serie di testi dedicati all'insegnamento della matematica.

Molti si domanderanno infatti per quale ragione si pubblicano questi volumi dato che la matematica è quello che è e si è sempre insegnata così; molti, professori di altre materie, diranno che è un articolo di cui possono tralasciare la lettura dato che di matematica non hanno mai capito nulla e che il solo ricordo di quelle lettere che volevano rappresentare numeri e di quelle proprietà geometriche evidenti che dovevano per forza essere dimostrate li riporta a un mondo stranamente artificioso e freddo che per fortuna hanno lasciato da molto. Il professore di matematica, poi, sosterrà che ognuno ha il proprio metodo d'insegnamento e che non si può, anzi non si deve, entrare negli affari degli altri.

Noi comprendiamo benissimo le ragioni addotte da tutti questi lettori e ci scusiamo di entrare in un campo così delicato. Perché il campo è effettivamente delicato: se da una parte intendiamo le ragioni sopra esposte, d'altra parte però sentiamo di dover parlare ai maestri elementari che ci chiedono con insistenza consiglio ed aiuto; e se anche queste pagine non saranno particolarmente dedicate all'insegnamento della matematica nella scuola primaria, noi pensiamo che potranno interessare il maestro che sa quali difficoltà presenti una didattica dei primi elementi di aritmetica e geometria, e sente con ragione quali gravi lacune gli abbia lasciato il corso di ma-

tematica seguito negli Istituti Magistrali, unica base per il suo futuro insegnamento. Ma non sono solo i maestri a chiederci un aiuto e a « sentire » la gravità del problema dell'insegnamento matematico: lo sentono le famiglie che devono raccogliersi alla sera attorno al tavolo di studio dei loro figlioli preoccupati di non saper risolvere questo o quel problema, di calcolare questa o quella « espressione », padri e figli per cui la matematica diventa addirittura un incubo; lo sentono gli stessi giovani al termine delle scuole secondarie quando si accorgono che qualunque facoltà, anche non scientifica, o qualsiasi impiego, anche il più modesto, pone loro delle questioni matematiche, e quando sentono che oggi non si può vivere una vita moderna e cosciente con delle basi matematiche che troppo spesso sono insufficienti o, peggio, mal poste e « non matematiche ».

Sono proprio i risultati negativi cui porta così frequentemente il corso di matematica della scuola secondaria che invitano a riflettere e incoraggiano a parlare.

Ma non si può esaminare con una certa serietà ed obbiettività l'insegnamento attuale se non lo si confronta da una parte con quello di quasi un secolo fa, seguendolo — a grandi linee — per tutte le sue vicende e vicissitudini, e se, d'altra parte, non lo si inquadra nel problema più generale della Scuola in Italia e all'estero, e non lo si vede alla luce degli studi di psicologia infantile che, nei riguardi della matematica, hanno conseguito in questi ultimi anni dei risultati veramente degni di essere conosciuti.

È appunto di tutto questo che cercheremo di parlare.

### L'INSEGNAMENTO MATEMATICO NELLA SCUOLA SECONDARIA DAL 1867 ALLA RIFORMA GENTILE.

Lo spirito a cui doveva attenersi l'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane veniva fissato quasi un secolo fa in termini precisi da alcuni grandi matematici, il Cremona, il Betti e il Brioschi, chiamati nel 1867 dal Ministero della Pubblica Istruzione a formulare i programmi per le scuole medie. « La matematica — dice la relazione della Commissione ministeriale del '67 — non deve considerarsi come un complesso di cognizioni utili in

<sup>1</sup> J. PIAGET, B. BOSCHER, A. CHATELET, *Avviamento al calcolo*, trad. di E. Nunberg Almansi, « Didattica viva », sezione dedicata alla matematica diretta da L. Campedelli e E. Castelnovo, Firenze, La Nuova Italia, 1957.

sé perché applicabili ai bisogni della vita, ma principalmente come un mezzo di cultura intellettuale, come una ginnastica del pensiero diretta a svolgere le facoltà del raziocinio ed aiutare quel sano criterio che serve a distinguere il vero da ciò che ne ha solo l'apparenza ».

Su questè idee sono imbastiti tutti i libri di testo pubblicati negli ultimi trenta anni dello scorso secolo; e, invero, l'opera della Commissione rese alla scuola italiana un doppio servizio: quello di liberarla dai molti testi che spesso erano trasandati e di poco valore e quello ancor piú grande d'invogliare gli insegnanti di ogni grado a scrivere dei libri corrispondenti alle nuove idee. È appunto di questo periodo una fioritura di libri di matematica per le scuole secondarie di cui giustamente può andare orgoglioso il nostro Paese. Alle idee cosí pure ispirate al rapporto della Commissione si aggiunse poi l'influenza della critica dei principi che arrivò, proprio alla fine del secolo scorso, a una profondità mai raggiunta e a un acume sottilissimo, dimodoché si ottenne ben presto nei libri scolastici un assetto cosí logicamente rigoroso e formalmente impeccabile da poterli ritenere come veri modelli di perfezione... È chiaro che tutto l'insegnamento della matematica veniva ispirato dai libri di testo allora pubblicati.

E in questo mondo puro e perfetto, in cui <sup>non</sup> si vedevano le tracce del travaglio di lavoro e di ricerca che aveva preceduto, in questo mondo aristocratico della cultura, cresceva una gioventú intellettuale raffinata.

Era accaduto, nella vita scolastica di allora, qualche cosa di naturale ma anche di molto strano: le ricerche allora approfondite e sistemate nei riguardi della critica dei principi erano entrate immediatamente nelle aule scolastiche; subito dovevano i ragazzi apprendere quello che da pochissimi anni aveva avuto un definitivo assetto logico ma che era frutto di secoli di studio e delle indagini piú sottili. Naturale, sí, data l'influenza che questi grandi matematici avevano in tutto il settore scolastico, ma anche molto strano se si pensa alla difficoltà e agli anni e ai secoli che devono passare in generale per far entrare nella scuola anche le piú importanti e appassionanti scoperte.

In questo regime di rigore a cui s'informava tutto l'insegnamento della matematica, in questa epoca dove si guardava molto di piú dalla parte della cattedra che da quella dei banchi, molto piú alla materia insegnata che al metodo di porgere la materia stessa, nasce però, e proprio per opera degli stessi rigoristi, una coscienza — diciamo cosí — psicologica. Nel 1881, sotto il Ministero Baccelli, veniva introdotto e dedicato agli allievi dei primi anni della

scuola secondaria lo studio della geometria sperimentale o costruttiva o intuitiva (quest'ultima denominazione è quella del 1881 ed è l'attuale) come precedente allo studio della geometria razionale. Ed è veramente notevole come l'Italia, che fra tutti i paesi era quello in cui piú rigoroso era l'insegnamento della matematica, sia stata la prima nazione in cui si sentí il bisogno di introdurre nei primi anni della scuola media un insegnamento intuitivo.

Cosí, con questa separazione piuttosto netta fra il corso inferiore di due o tre anni, ispirato a criteri piuttosto pratici e intuitivi, e il corso superiore che, per qualunque ordine di studi, anche tecnici, era fondato sulle idee espresse dalla Commissione nel '67, continua l'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie italiane fino agli inizi del secolo. Sono appunto dei primi anni del secolo i testi ormai classici di Enriques e Amaldi, veri modelli di rigore, e quindi improntati anch'essi agli studi critici dell'epoca, ma in cui si avverte, anche nei volumi dedicati alle ultime classi, la preoccupazione di conciliare un'esposizione rigorosamente deduttiva all'intuizione dell'ente o della proprietà introdotta. L'influenza che Federigo Enriques ha avuto e ha tuttora nell'insegnamento della matematica non è dovuta però soltanto ai suoi testi scolastici dove, in fondo, gli autori non si sono molto distaccati dal modello classico. L'influenza di Enriques è dovuta soprattutto ai suoi saggi critici sulla matematica elementare, ai suoi libri di filosofia e di storia del pensiero scientifico e anche a quelli di carattere prettamente matematico. Credo che non si possa riferire sulle sue idee meglio che riportando alcune sue frasi: « Non vi è iato o scissura fra matematica elementare e matematica superiore — cosí scrive nel 1921<sup>1</sup>, — perché queste si sviluppano da quelle, al pari dell'albero dalla tenera pianticina. E come, riguardando l'albero, potremo scoprire nella pianticina nuovi aspetti o comprendere caratteri di cui ci era sfuggito il significato, cosí anche lo sviluppo dei problemi matematici recherà luce sulle dottrine elementari su cui essi approfondano le loro radici. Ad una condizione però; che di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico ». Queste idee di Enriques danno veramente all'insegnamento della matematica un'impronta ben diversa: prima l'atteggiamento dell'allievo finiva per essere di ammirazione, contemplazione del bello; era un atteggiamento passivo. Secondo queste idee, invece, il ragazzo non deve muoversi in un tutto prestabilito, perfetto e bene ordinato, ma deve

<sup>1</sup> F. ENRIQUES, *Insegnamento dinamico*, in « Periodico di Matematiche », serie IV, vol. I, 1921.

rendersi conto che le basi di questa o quella teoria sono arbitrarie e quindi suscettibili di essere mutate e che tutta la costruzione matematica è un continuo evolversi ed allargarsi allo scopo di rendere risolvibili dei problemi per i quali gli elementi e le premesse che bastavano alla risoluzione di questioni più semplici si mostrano insufficienti.

Questo continuo allargamento del mondo matematico, questa considerazione della scienza nella sua evoluzione e non nella sua verità statica, dà, evidentemente, al corso di matematica un carattere ben diverso, un'impostazione che oggi si amerebbe chiamare attiva e che Enriques soleva chiamare « dinamica ». « Confessiamolo francamente — così scrive sempre nell'articolo sopra citato — che il compito che ci è proposto è tremendamente, stavo per dire divinamente, difficile. Infatti, se il nostro pensiero e la nostra parola debbono muovere l'attività del discepolo, bisogna che qualcosa di vivo che è in noi passi nello spirito di lui, come scintilla di fuoco ad accendere altro fuoco ».

Enriques sottolineava così il suo pensiero didattico nel 1921, alle porte cioè della Riforma Gentile.

#### L'INSEGNAMENTO MATEMATICO NELLA RIFORMA GENTILE.

Sono note le idee che condussero il Gentile a stendere la sua Riforma: si domandava alla Scuola di formare le menti piuttosto che di dare delle conoscenze in vista di fini utilitari o di preparazione specifica agli studi superiori, e questa formazione era concepita dal punto di vista letterario, storico e filosofico. Si poteva, in sostanza, essere delle persone colte, delle <sup>vere</sup> ~~varie~~ personalità, anche senza sapere niente di matematica, anzi spesso vantandosi di non aver mai capito nulla. Per quanto riguarda l'insegnamento della matematica, la Riforma portava infatti ad una sensibile diminuzione d'orario, lasciando pressoché inalterati i programmi. Venivano inoltre affidati allo stesso professore gli insegnamenti della matematica e della fisica nei licei, e ciò con delle idee pedagogiche che potevano anche non essere sbagliate. Ma è facile comprendere, a distanza di anni, il risultato a cui queste considerazioni dovevano condurre, almeno in generale. Doveva accadere, ed è accaduto, che il professore, obbligato ad insegnare due materie, una delle quali non aveva mai approfondito fino ad allora, tenuto a passare da classi di bambini di 11 anni ad altre di giovani di 18 o 19 anni, con un programma che sarebbe poi stato controllato al traguardo finale della licenza, e assillato dall'esiguo numero di ore, si preoccupasse, con-

trariamente alle idee del legislatore, più delle nozioni trasmesse che della formazione generale e non trovasse il tempo e la serenità per prendersi il lusso di un insegnamento dinamico. L'insegnamento degenerò così molto spesso in un puro formalismo per quanto riguardava la geometria e in un gretto meccanismo per quanto concerneva l'aritmetica e l'algebra.

Ho parlato qui delle conseguenze della Riforma Gentile, conseguenze che si risentono ancora, benché si presenti oggi nella società e nella scuola una situazione nettamente diversa: i giovani che terminano oggi la scuola secondaria non si vantano davvero di non capire nulla di matematica, perché avvertono quale importanza rivesta questa disciplina in ogni ramo del sapere e della tecnica. Sono proprio le grandi applicazioni tecniche che sono entrate a far parte della vita di chiunque che impongono alla società una certa cultura scientifica: la persona colta secondo il Gentile non lo è più ai giorni nostri.

#### L'INSEGNAMENTO MATEMATICO NELLA SCUOLA MEDIA INFERIORE: ORARI, PROGRAMMI, METODI.

Desideriamo ora fermarci ad esaminare soprattutto il primo triennio medio perché attribuiamo a questo triennio un'importanza eccezionale data la larga massa di allievi che lo frequentano nei confronti dei corsi superiori. La società manda i propri figlioli nella scuola secondaria inferiore con una percentuale estremamente più alta che venti anni or sono: non abbiamo più seduti nei banchi solo i figli dei professionisti che provengono da un ambiente già colto e formato e che possono completare la propria istruzione in famiglia, ma questi bimbi sono vicini di banco di altri bimbi, provenienti da famiglie di operai, di piccoli commercianti, di contadini, di uomini insomma che affidano completamente l'istruzione e l'educazione dei loro figli alla scuola.

È chiaro che questo è un problema generale, ma vediamo quello che si può dire in senso positivo e negativo per quanto riguarda l'insegnamento della matematica. E incominciamo a parlare di orari.

Con la Riforma Bottai, al tramonto del Fascismo, bisogna riconoscere che qualcosa di utile fu fatto nei riguardi della matematica. Il corso secondario di matematica fu infatti diviso in due cicli (il triennio della media inferiore e i quattro o cinque anni del superiore) affidati a due professori diversi. Inoltre venne aumentato il nu-

mero delle ore nel primo triennio (tre ore settimanali in ciascuna classe). Tale situazione, che è rimasta inalterata fino ad oggi, offre al professore di matematica della media condizioni particolarmente favorevoli, potendo svolgere il suo lavoro con serenità dato il giusto orario in ciascuna classe, insegnando a dei bambini di un'età così interessante come è quella dagli 11 ai 14 anni.

Entriamo qui più dettagliatamente nel campo matematico: programmi e metodi.

Ecco come viene svolto da una corrente di insegnanti il corso triennale della scuola media: fedele alle disposizioni del '67 e alle tendenze rigoriste della fine del secolo scorso, questa corrente ritiene, per quanto riguarda lo studio della geometria intuitiva, che, dovendo essere di preparazione al corso successivo di geometria razionale, non debba — come linea e spirito — distaccarsi troppo dall'indirizzo razionale. Ora, nel corso razionale, viene studiata sostanzialmente la geometria di Euclide. Come è noto, questo matematico greco del III secolo a.C. scrisse un'opera veramente grandiosa di sistemazione logica della geometria: partendo dagli elementi necessari per costruire tutte le figure (il punto, la retta, il piano), assunti per definizione, e ponendo a base di questa costruzione delle proprietà evidenti (i postulati) che si poteva fare a meno di dimostrare dato appunto il loro carattere di evidenza (come, per esempio, per due punti passa una retta ed una sola), Euclide riuscì a sviluppare tutta una teoria geometrica deduttiva in cui i teoremi (le proprietà geometriche di questa o quella figura) sono collegati uno all'altro come gli anelli di una catena.

Questa teoria — con i dovuti cambiamenti e perfezionamenti — è quella che viene studiata nel corso superiore di qualunque scuola secondaria. Il corso precedente di geometria intuitiva fu introdotto, come abbiamo detto, nel 1881 perché si riteneva che dei bambini di 11-12 anni non fossero in grado di capire e gustare una teoria deduttiva. Ma l'influenza delle disposizioni primitive di Cremona era così grande che anche i testi di geometria intuitiva seguirono e in gran parte seguono ancora la linea euclidea, senza fermarsi però sulle dimostrazioni e sostituendole spesso con delle prove sperimentali, e senza spiegare all'allievo la ragione della linea seguita, ragione che conosce solo il maestro. Dimodoché l'allievo ha l'impressione di una teoria in cui vengono imposte dall'alto delle definizioni, che occorre imparare a memoria, sa che dopo una proprietà se ne deve imparare un'altra, ma non comprende, e non può comprendere, perché l'una deve essere

preceduta proprio da quell'altra, di una teoria in cui non si capisce perché bisogna dimostrare o anche provare sperimentalmente delle proprietà che sono evidenti. L'allievo è posto dunque in condizioni di netta inferiorità rispetto al maestro, intendo dire di netta inferiorità intellettuale. Per questa ragione ritengo che tale insegnamento, per quanto intelligentemente condotto, non possa svolgersi in modo attivo.

A lato dell'insegnamento di geometria intuitiva c'è quello di aritmetica; anche questo corso è da quella corrente di professori ispirato al modello classico della fine dell'800, cioè alle aspirazioni rigoriste che risentono della critica dei principi. Si ritiene infatti che una esatta definizione di un concetto aritmetico o di una proprietà valga a chiarire questa o quella agli occhi del fanciullo; così, per esempio, si vuole che il bambino si compenetri dell'operazione di addizione di numeri interi attraverso la definizione « l'addizione è l'operazione aritmetica per mezzo della quale da numeri, rappresentanti collezioni d'unità, si desume il numero delle unità della collezione, che si ottiene riunendo quelle altre in una sola », e non si pensa che le singole parole, oltre che la frase globalmente, gli suonano più che oscure, addirittura prive di senso. Infine, il corso di algebra che da quindici anni è stato introdotto nella III classe media, viene svolto sugli stessi principi di quello di aritmetica da questa corrente di insegnanti.

Corrente di professori che — vorrei ben farlo notare — noi rispettiamo altamente perché vediamo in loro una chiara e pura ispirazione pedagogica che è in pieno accordo con le idee dei nostri grandi maestri dell'800 e con la società a cui andava un tempo indirizzata.

Ma la società scolastica è mutata.

È accaduto allora che, davanti a degli allievi provenienti in gran maggioranza da ambienti non raffinati culturalmente, e quindi ancor meno dei loro predecessori atti a gustare un modo astratto di porgere una teoria, molti insegnanti non al corrente delle nuove idee sulla didattica matematica che nell'ultimo dopoguerra si vanno discutendo in Italia e all'Estero, e che, fuori dubbio, richiedono un certo spirito d'avventura, abbiano scelto la via del minimo sforzo e svolgano il corso triennale sotto una forma che non sapremmo come definire: alcuni tralasciano l'insegnamento della geometria nella I classe, benché i programmi ministeriali ne prescrivano lo studio, ritenendolo troppo difficile, e trattano questa materia in II e in III in modo piuttosto superficiale ed empirico, mentre tutto l'interesse e l'attività dell'allievo sono portati

sul corso di aritmetica. Altri, suggestionati dal fatto di sentir parlare di metodi attivi, volendo in qualche modo ravvivare e modernizzare il corso, pensano che questa attività da parte dell'allievo possa ottenersi rendendo facile ed assolutamente elementare ogni argomento di geometria, e riducono così il corso a una serie di « problemini divertenti per bambini intelligenti ». Tutti, poi, trattano lo studio dell'aritmetica dando un'enorme importanza alla risoluzione delle cosiddette « espressioni » che, partendo da casi semplici (di questo genere:  $1^2 + 5 : 4 - (1^2)^2 + 3 \times (1 + 2^2)^2$ ), arrivano a delle grandiose strutture e sovrastrutture in cui intervengono numeri interi, potenze, frazioni, numeri periodici e radici quadrate, e sono poi completate nel successivo corso di algebra, che si svolge con lo stesso spirito, con numeri relativi e lettere.

In un'epoca in cui il calcolo numerico è risolto in pochi secondi da una macchina calcolatrice alla portata anche del più modesto negoziante, che scopo c'è — viene spontaneo di domandarsi — di fare esibizione di questi virtuosismi di calcolo? Quando poi, se ci si prendesse la cura di fermarci sul risultato finale di quelle tali espressioni, sia per esempio la frazione  $2/3$ , si avrebbe la delusione che nessun allievo saprebbe confrontarla con la frazione  $3/4$  e forse nemmeno con la frazione  $1/2$ .

E un corso così condotto dovrebbe dare un'idea di che cosa è la matematica!

Hanno perfettamente ragione tutti coloro che sostengono che di matematica non hanno mai capito nulla, e che non hanno, in particolare, assimilato il concetto di frazione!

Occorre dire la verità: tutta la colpa e la enorme responsabilità è di questo metodo (ma non si può nemmeno chiamare con tal nome!) d'insegnamento che ormai da parecchi anni si trascina e va sviluppandosi sempre più, e che costituisce un vero demerito per la scuola italiana!

Di fronte a tale stato di cose non si può tacere, occorre intervenire. E, non volendo e non potendo ritornare agli antichi metodi che è difficile inserire nella società scolastica attuale, bisogna che gli insegnanti e le famiglie siano al corrente di quanto è stato fatto in Italia e all'Estero, dell'importanza degli studi psicologici nei riguardi dell'apprendimento dei concetti matematici, e infine dell'influenza positiva che potrebbe avere nei confronti della società un buon insegnamento della matematica. È di questo che ci proponiamo di parlare nel prossimo articolo.

EMMA CASTELNUOVO

## L'IMPIEGO DEL FILM NEL RAPPORTO DIDATTICO

Una soluzione sufficientemente comprensiva del problema dell'educazione al cinema solleva, come si è visto<sup>1</sup>, la questione complementare dell'educazione attraverso il film. Se quindi conosciamo le vie per cui si giunge a questo aspetto più specifico della didattica del cinema, ci interessa ora definire, in rapporto ad esso, il fatto che non è più l'intera esperienza cinematografica in discussione, ma esclusivamente il mezzo filmico. L'esperienza cinematografica, oggetto generale dell'educazione al cinema, rivela infatti, attraverso la riflessione critica il fatto che ne è la essenziale matrice. Il film emerge così nella complessità dell'esperienza cinematografica appunto come strumento di ulteriori e diverse esperienze, e autorizza l'indagine ulteriore, che ne vuol definire i modi d'impiego. Possiamo riassumere tutto ciò, dicendo che l'educazione al cinema apre la questione dell'edu-

cazione mediante il film. Per questo il secondo significato da darsi alla espressione « didattica del cinema » (cioè una didattica avente non più il cinema per *suo oggetto*, come si direbbe didattica della matematica o del latino, ma il film quale *mezzo di insegnamento*, come si direbbe didattica della lavagna o del libro di testo) può indicarsi più esattamente, trasformando tale espressione in « didattica del film ».

### 1. - CARATTERI ESSENZIALI DI UNA DIDATTICA DEL FILM.

Abbiamo già avuto occasione di notare come in questa ultima accezione la preoccupazione didattica possa essere rivolta o a *costruire un film* come atto educativo autonomo o ad *impiegare un film qualsiasi*, senza riguardo ai fini per cui fu fatto, traendone una utilità nell'ambito della educazione. Per coordinare in un quadro sufficientemente chiaro

<sup>1</sup> Cfr. « Scuola e Città », fascicoli 11 e 12, 1956.