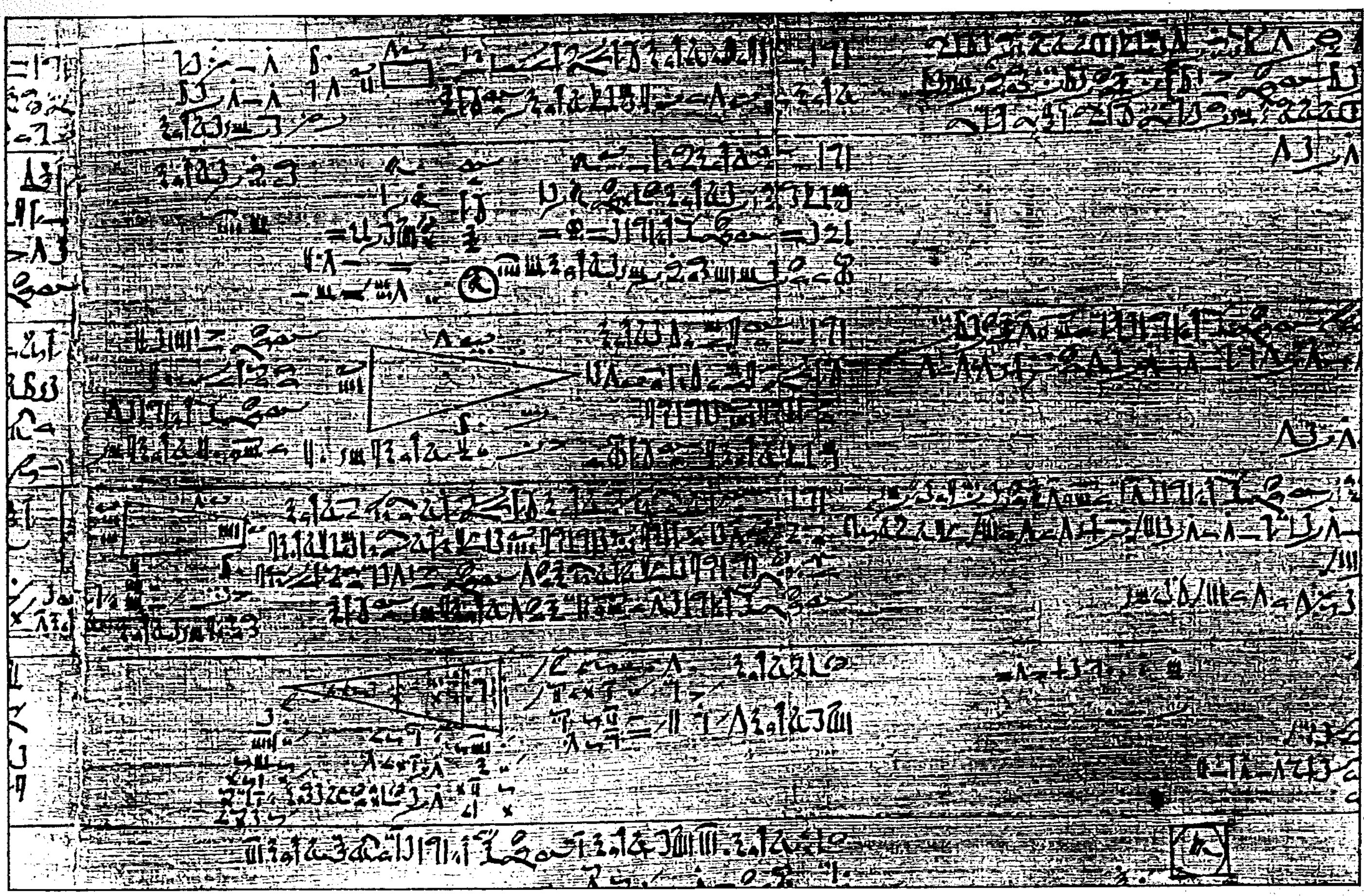
1980

fare scuola

Proposte didattiche della Casa Editrice La Nuova Italia per gli insegnanti di scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali della scuola media

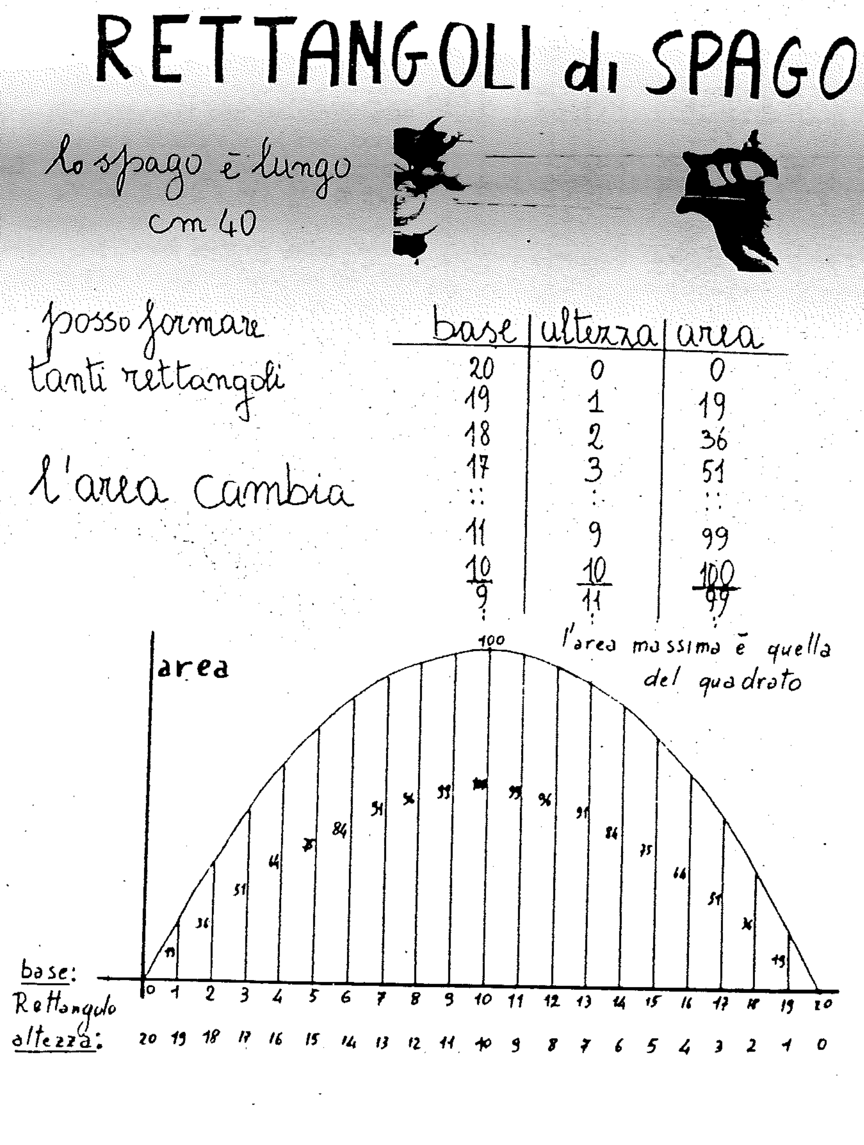
Le ricerche sul problema della quadratura del cerchio risalgono alla più remota antichità; questa illustrazione riproduce una parte del *Papyrus Rhind,* del 1650 a.C. circa, conservato nel British Museum di Londra. Nel papiro viene indicata come regola di quadratura, senza darne la dimostrazione, la seguente: è equivalente ad un cerchio quel quadrato che ha per lato gli 8/9 del diametro del cerchio. Si ottiene così con metodo empirico un valore di π molto vicino a quel valore 3,14 che si determina con metodo razionale.



« I docenti di scienze matematiche, chimiche, fisiche e naturali, oltre a realizzare in modo naturale, all'interno della cattedra, correlazioni e collegamenti tra le discipline che vi afferiscono, dovranno sviluppare stretti rapporti di collaborazione con i docenti di tutte le altre discipline ». Così dicono i nuovi programmi.
Ma, in quale modo? sotto quale forma? Un collegamento di contenuti o di metodi? E come — per quanto riguarda la matematica — dare questa ampia visione a ragazzini di città e di campagna, a chi ha dietro di sé una tradizione di studi e a chi è il primo della famiglia a frequentare la scuola media? Come aiutare l'allievo che ha ancora difficoltà per leggere e per scrivere e si trova spesso addirittura sconvolto se deve eseguire il più semplice calcolo?
Tutte queste difficoltà, che investono la didattica di ogni materia, non si possono ignorare; ma, d'altra parte, non è possibile passare giorni o mesi o anni a far svolgere esercizi di routine, e quindi noiosi, avvilenti e non produttivi.
Vediamo invece come sia possibile sormontarle presentando, fin dai primi giorno di scuola, dei veri problemi scientifici: perché i grandi problemi vanno aldilà delle differenze ambientali e delle incertezze nel leggere e « nel far di conto », e, proprio per il loro profondo contenuto, riescono ad impressionare tutti gli allievi. Più che di problemi in senso tradizionale, si tratterà di problematiche, di questioni aperte.

Il problema dello spago

Ho uno spago legato e lo tengo ben teso fra le due mani in modo da realizzare un rettangolo. Avvicinando e allontanando le mani, il rettangolo cambia di forma: la base diminuisce e l'altezza aumenta o viceversa. È chiaro che tutti questi rettangoli hanno lo stesso perimetro: è lo spago. Si chiede: avranno anche la stessa area? Invitiamo i ragazzi ad osservare con attenzione. Tutti dicono che l'area rimane la stessa perché . . . — ecco le risposte più frequenti — « siccome il perimetro è sempre lo stesso anche l'area, che è dentro, non può cambiare »; « siccome quello che perde la base lo guadagna l'altezza, l'area rimane la stessa perché si trova ' base per altezza ' ».



Occorre dire che l'osservazione di questo rettangolo variabile non suggerisce la risposta, soprattutto se allontaniamo di poco le mani; ed è proprio il desiderio di trovare qualcosa di costante che suggerisce i ragionamenti errati che ho riportato. Si potrebbe proporre di assegnare delle lunghezze alla base e all'altezza e di calcolare quindi ogni volta l'area del rettangolo in modo da giudicare sui numeri. Ma prima di passare ai calcoli è molto formativo continuare a discutere, a *fare ipotesi* (anche se assurde) e ad osservare ancora una volta. Allontaniamo le mani fin che è possibile. Il rettangolo diventa sempre « più stretto » fino a scomparire: si riduce alla base (doppia). E ora? In questo caso non si può certamente sostenere che l'area non cambia! Ecco, è *il caso limite* che fa tornare i ragazzi sulle ipotesi, sui loro ragionamenti; è il caso limite che fa comprendere come, mentre il perimetro è invariante, l'area cambia.
Come cambia? Si guarda ancora: l'area parte da un valore « zero », quando l' altezza non esiste, poi aumenta fino al caso del quadrato — è il *caso centrale* — per poi « ridiscendere » fino all'altro caso limite, quando la base non esiste.
L'intuizione fa capire che, fra tutti i rettangoli isoperimetrici, è il quadrato che ha la massima area. È solo ora, dopo questi ragionamenti in cui osservazioni, ipotesi e contro-ipotesi aprono la mente al concetto di *funzione*, che si potrà passare ai numeri, ai calcoli. Così: se per esempio lo spago è di 40 cm, ci si chiederà quanto lunghe possono essere la base e l'altezza. Il problema è *aperto*: non c'è una sola soluzione. Proprio per questa libertà è più interessante, ma forse anche più difficile. Molto spesso i ragazzi non sono abituati a questo tipo di problemi. Di-

remo allora: se il perimetro è di 40 cm. vuol dire che:

una base + un'altezza = 20 cm.

Ecco, ora cominciamo a proporre:

base = 18, altezza = 2; base = 19, altezza = 1; . . .

Si scrive una tabella e si decide di partire da un caso limite, per esempio dalla base uguale a zero:

base	altezza
0	20
1	19
2	18
.	.
.	.
9	11
10	10
11	9
.	.
.	.
18	2
19	1
20	0

Scriviamo sotto dettatura dei ragazzi; in generale non accade che suggeriscano delle misure decimali. Saremo noi a far osservare che un rettangolo non varia « a sbalzi », ma con continuità: non si passa da una base uguale a zero ad una lunga 1 cm, ma ci sarà, per esempio una base lunga 0,5 cm. Adesso, per i casi indicati nella tabella, calcoliamo l'area: l'area va dal valore zero (nel caso limite) al valore massimo 100 (nel caso del quadrato), e poi diminuisce fino a zero (nell'altro caso limite) prendendo, ovviamente, gli stessi valori che aveva nella « salita ».

E nel caso in cui la base è lunga 0,5 cm? Ecco che i ragazzi, ormai motivati da una problematica che trascina, sono condotti a fare calcoli anche con numeri decimali e a rendersi conto che moltiplicando due numeri come 0,5 e 19,5 il risultato è minore di uno dei numeri stessi; perché? che cosa vuol dire? La discussione su calcoli, risultati, ordine di grandezza, . . . diventa finalmente interessante e « produttiva ».

Ma torniamo ad osservare, ora con « gli occhi della mente »: l'area varia al variare della base (e quindi dell'altezza); cioè *l'area è funzione della base.* Il valore dell'area parte da zero, aumenta, arriva a un massimo per poi diminuire: « è come quando si lancia una palla » — dice qualcuno. È così, infatti.

Siamo condotti a tradurre la tabella « area in funzione della base »

base x	area y
0	0
0,5	9,75
1	19
2	36
.	.
.	.
9	99
10	100
11	99
.	.
.	.
19	19
20	0

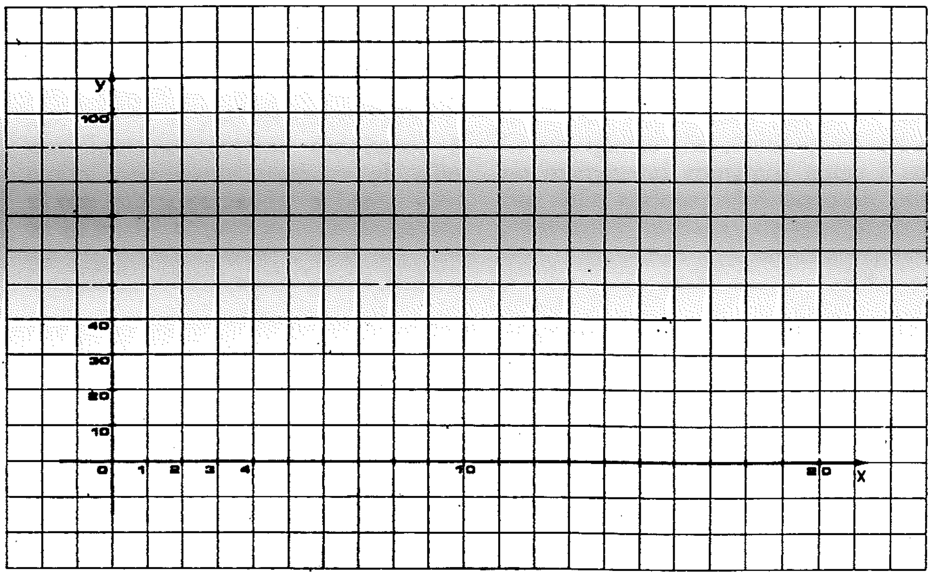
in grafico: si ha una *parabola!*

Se questo è il primo grafico che i ragazzi hanno occasione di costruire bisogna che la lezione divenga davvero individuale; non è tempo sprecato se, allievo per allievo, ci si impegna nel verificare i disegni che cercano di tracciare sul quaderno: come tracciare gli assi, dove indicare le unità di misura (facendo riflettere che l'unità di misura sull'asse delle y deve essere più piccola dato che l'area raggiunge il valore 100; si può far corrispondere il valore 10 all'unità 1, come in figura), e, infine, come individuare sul piano il punto che ha una data base x e una data area y. Anche se molti disegni non risulteranno ben fatti, questa costruzione grafica viene eseguita molto volentieri ed è estremamente formativa.

Si uniscono i punti che sono stati individuati e si vede comparire la curva . . . della palla lanciata in aria: è una parabola.

E ora, altri esempi di parabole che si incontrano nella realtà: dall'arco di ponti moderni all'utilizzazione, antica ed attuale, dei forni parabolici nell'impiego dell'energia solare.

Con un problema di questo tipo si riesce in modo suggestivo e motivante, e nello stesso tempo elementare, ad immergere i ragazzi fin dai primi giorni della scuola media nella matematica abituandoli ai concetti di variabilità e di invarianza e traducendo in



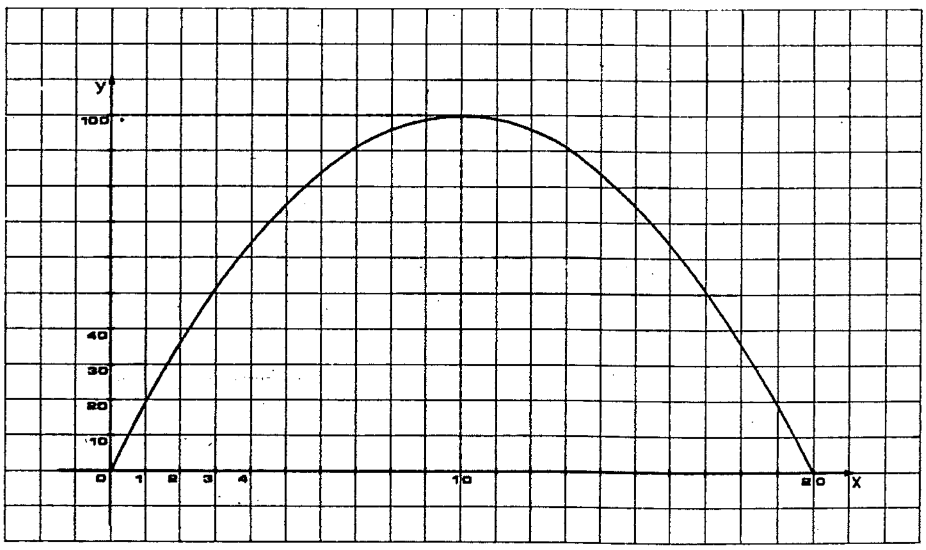


grafico l'idea, ancora vaga, di funzione. Inoltre, si è portati ad eseguire calcoli e a confrontare i risultati con l'osservazione, caso per caso, dei vari modelli: è un continuo passaggio dall'osservazione del rettangolo variabile al ragionamento, al calcolo, alla verifica. Si farà riflettere, da ultimo, che quando si passa da un rettangolo di spago ad uno « vicino », l'occhio non riesce davvero ad accorgersi che l'area cambia; che, dunque, se l'osservazione è molto importante, qualche volta non è sufficiente per indirizzare ad una esatta risposta. La questione vuol essere un esempio di come, attraverso un problema elementare sulle aree e sui perimetri, si riesca in modo naturale non solo ad introdurre nuovi concetti ed argomenti matematici, ma, anche, ad allargare il discorso fuori delle pareti scolastiche. Il saper leggere un grafico è oggi, per una società moderna, altrettanto importante dello scrivere e del far di conto; e della lettura dei grafici ci si impadronisce solo dopo aver imparato a costruirli. Altre questioni, sempre relative ad aree e perimetri, potranno poi condurre in modo naturale all'introduzione, oltre che della parabola, dell'iperbole e dell'ellisse, e quindi ad avvicinare la matematica alla realtà. Queste tre curve verranno riprese negli anni successivi, esaminate da vari punti di vista, e considerate infine come facenti parte della stessa famiglia: sono le sezioni del cono, le coniche.

L'area di una zona geografica

È scritto nei programmi di geografia: « L'alunno, partendo dalla sua regione . . . ». La regione: per conoscerla, per averne un'idea globale, occorre studiarla su una carta geografica. Si deve saper leggere una carta, rendersi conto della scala, delle distanze che si vedono indicate. Tutto questo non è facile. Occorre cominciare, come abbiamo già visto con il problema dello spago, dalla costruzione di grafici. E bisogna anche impadronirsi delle unità di misura di lunghezza (per esempio saper giudicare ad occhio 1 centimetro) ed aver chiaro il concetto di area. L'esempio dello spago ha messo in rilievo il fatto che una *matematica dinamica* riesce a sviluppare fin dai primi giorni della scuola media quel concetto di funzione che, se da una parte è fondamentale nel contesto matematico, rappresenta, dall'altra, un fortissimo legame con le scienze sperimentali.

Ci proponiamo ora di calcolare la superficie di una zona basandoci su una carta geografica. Il problema è questo: come si può ottenere l'area di una figura a contorno curvilineo? È molto interessante motivare gli allievi con questa domanda: si hanno spesse volte dei suggerimenti, delle proposte che corrispondono a quei tentativi e a quelle soluzioni che hanno segnato tappe importanti nella storia della matematica. Vogliamo ora applicare una di queste « vie » per determinare l'area della regione Lazio.

Si può procedere così: si calca su una velina il contorno di questa regione. Se sulla carta geografica è indicata la scala

$1 : 1.250.000$

vuol dire che

1 cm (sulla carta) $\rightarrow$ 1.250.000 cm (sul terreno)

cioè

1 cm (sulla carta) $\rightarrow$ 12,5 km (sul terreno).

Siccome vogliamo occuparci dell'area, scriveremo anche che

$1\ \text{cm}^2 \rightarrow 12{,}5^2\ \text{km}^2$ cioè

$1\ \text{cm}^2 \rightarrow 156{,}25\ \text{km}^2$.

(È opportuno insistere molto, anche con esempi più semplici, sul passaggio dalle unità di misura lineare a quelle di superficie, passaggio che spesso non risulta chiaro).

E ora sovrapponiamo al disegno della regione Lazio un foglio trasparente a quadretti; se ogni quadretto ha il lato di 2 cm, la sua area sarà di 4 cm^2. Ci accorgiamo che alcuni quadretti sono interamenti contenuti entro i confini della regione; altri sono in parte contenuti e in parte « sporgono »: 12 sono i quadretti interamente contenuti, 33 sono quelli che « sporgono ». L'area A della regione risulta perciò maggiore di 12 quadretti e, nello stesso tempo, minore di 12 + 33 quadretti. E siccome l'area di ogni quadretto è di 4 cm^2, risulta che l'area A è, in cm^2:

$12.4\ \text{cm}^2 < A < 45.4\ \text{cm}^2$

cioè

$48\ \text{cm}^2 < A < 180\ \text{cm}^2$

Ora, siccome

$1\ \text{cm}^2 \rightarrow 156{,}25\ \text{km}^2$,

avremo che l'area A della regione Lazio espressa in km^2 sarà compresa fra

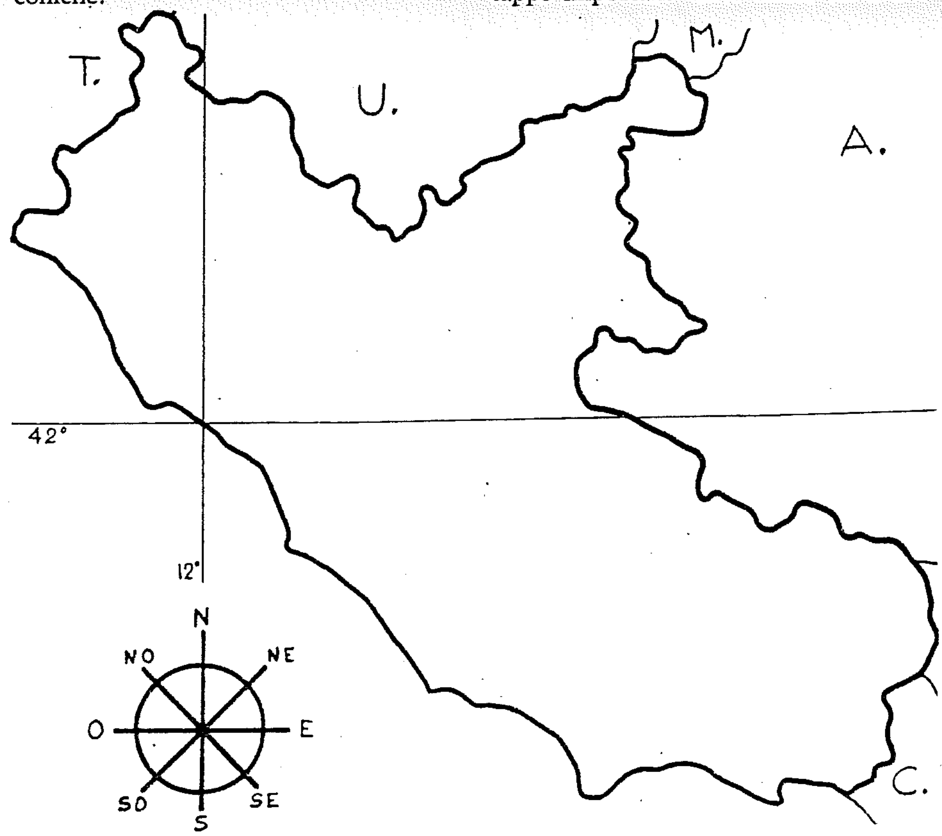
$48.156{,}25\ \text{km}^2 < A$
$< 180.156{,}25\ \text{km}^2$

cioè

$7500\ \text{km}^2 < A < 28125\ \text{km}^2$.

Si capisce che se procediamo nello stesso modo ma sovrapponendo alla carta del Lazio una quadrettatura più piccola, il poligono di quadretti interamente contenuti si avvicinerà al confine curvilineo, *dall'interno*, e così il poligono a quadretti che comprende la regione si avvicinerà anch'esso al confine curvilineo, ma *dall'esterno*.

Sovrapponiamo, ad esempio, un foglio trasparente con quadretti di area 1 cm^2. Risulta che il numero dei qua-



dretti interamente contenuti è 77, mentre il numero dei quadretti del poligono circoscritto è 151 (questo numero è formato dai 77 interni a cui si aggiungono 74 quadretti che « sporgono »). Si ha quindi:

$77.156,25\ km^2 < A < 151.156,25\ km^2$,

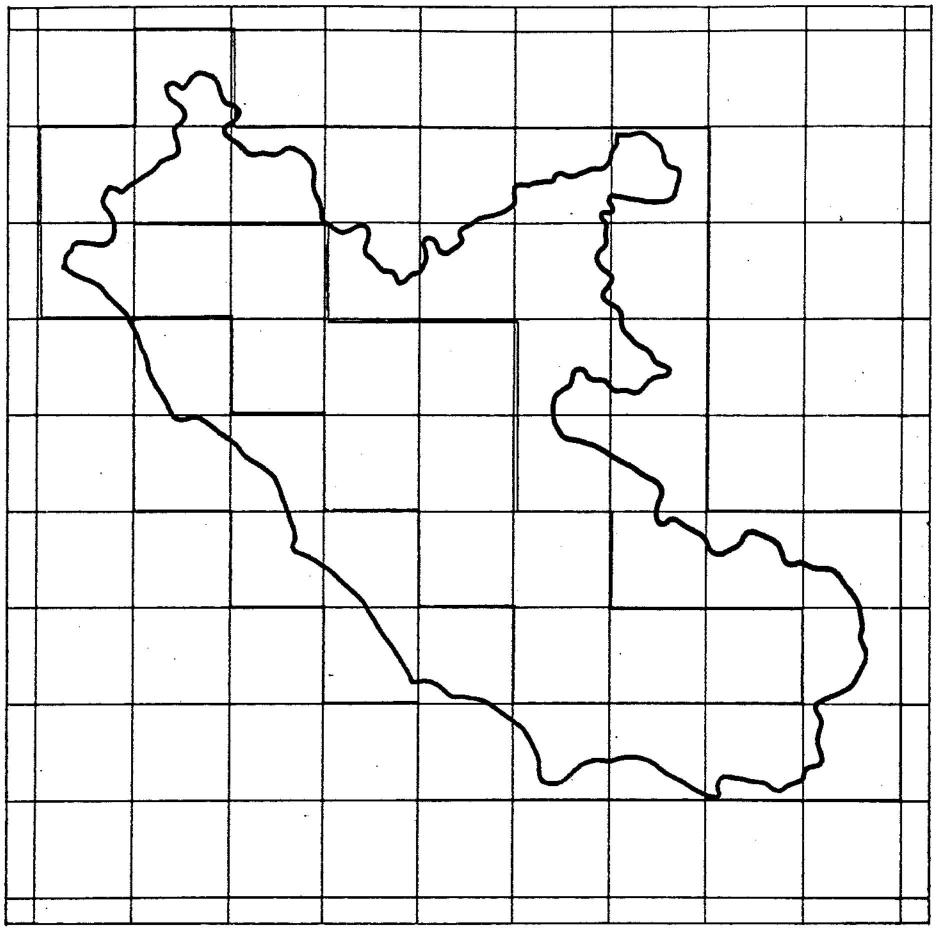
ossia

$12031\ km^2 < A < 23593\ km^2$.

Impiccolendo sempre di più il lato dei quadretti, l'area A rimane « imprigionata » fra due successioni di poligoni: una è formata da valori che vanno via via aumentando mentre l'altra è formata da valori che vanno via via diminuendo. Nel caso della regione Lazio si troverebbe che questi valori si avvicinano, per difetto e per eccesso, al valore effettivo della superficie del Lazio, che è di 17200 km^2.

Questo metodo, usato in rilevamenti catastali, ha dietro di sé una storia affascinante che risale ad Archimede e che è stata precisata nel 1600 in termini matematici nel concetto d'integrale.

Forse è proprio per il suo profondo contenuto, quasi sentito inconsciamente, che i ragazzi, tutti, rimangono impressionati da questo procedimento.

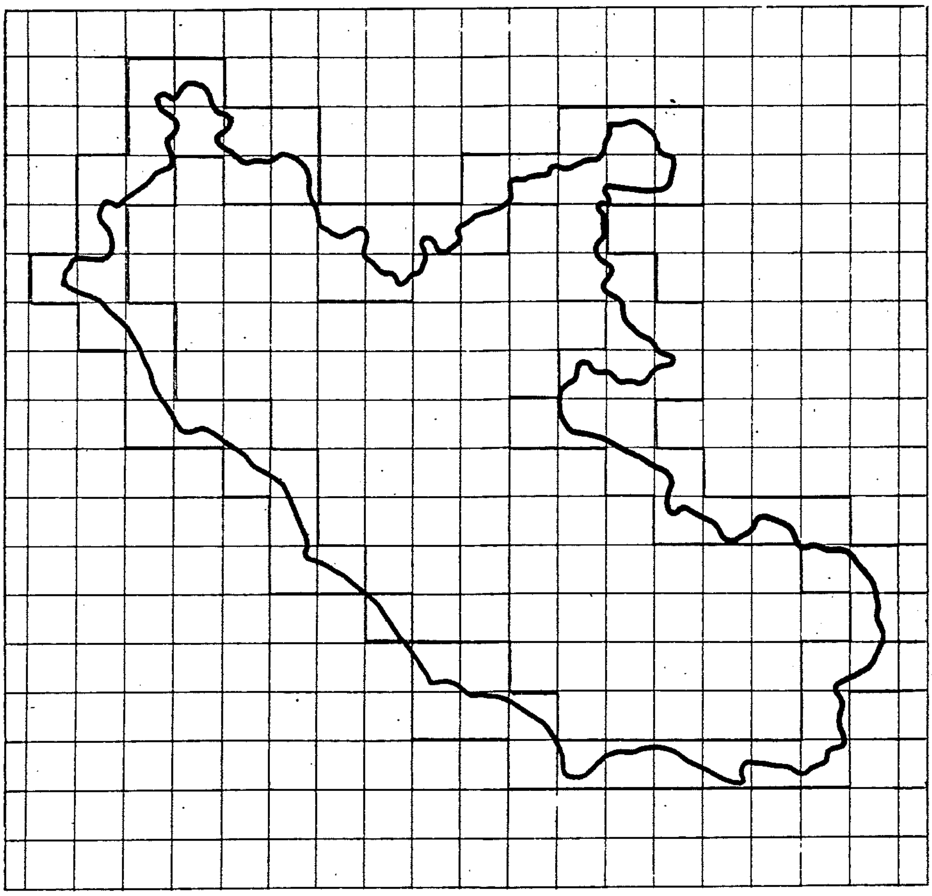


Matematica ed educazione

Secondo recenti studi solo una piccola parte di quanto proposto nell'insegnamento, valutabile in media intorno al 20%, può considerarsi presente nella mente dei ragazzi che terminano un ciclo di studi, e mediamente solo il 5% viene effettivamente compreso ed acquisito.

Ne sono state identificate alcune cause:

1. scarsi collegamenti all'interno dei contenuti dell'insegnamento e fra questi ed i problemi della vita reale. Arretratezza dei contenuti;
2. scarsa chiarezza sui compiti dell'insegnamento: mancanza di obiettivi precisi di formazione e sviluppo;
3. preparazione didattica insufficiente: nessuna certezza scientifica sui processi dell'apprendimento, mancanza di moti-



vazioni che stimolino l'impegno dello studente, scarsa attitudine a rendere più semplice e comprensibile un argomento, mobilitazione della sola attività razionale;

4. richiesta, da parte degli studenti, di risultati più convincenti e verificabili.

Altre cause riguardanti la matematica in particolare:

1. difficoltà di comprenderne la necessità dello studio; mancanza di collegamento con la realtà; riferimento ad un mondo ideale, deterministico, astratto;
2. maggiore richiesta di preconoscenze per la comprensione di un argomento e di tempi lunghi per ottenere dei risultati. Uso di vocaboli inconsueti;
3. poco spazio riservato all'iniziativa, all'intuizione, alla fantasia, alla scoperta e alla creatività.

La matematica viene in tal modo considerata spesso inutile, prefabbricata ed imposta. In generale si corre seriamente il rischio che lo studente, impreparato ad assumere un ruolo attivo nella società, tenda a privilegiare gli sbocchi impiegatizi e ad abbandonare il lavoro produttivo.

In particolare, le conseguenze negative sono da ricercarsi non tanto nella ignoranza di alcune nozioni, quanto nel limitato sviluppo di alcune capacità intellettive che, peraltro, se acquisite, consentirebbero un recupero molto rapido di quelle stesse nozioni, qualora ne risultasse più motivato l'apprendimento.

Ciò risulta tanto più grave se si tiene presente che, dato l'impressionante sviluppo della tecnologia, buona parte delle nozioni utili nella via extrascolastica ed in particolare nella professione, si possono apprendere sempre più nella vita stessa e nel lavoro e sempre meno nella scuola. Viceversa i profondi mutamenti della struttura sociale e produttiva richiedono competenze sempre nuove che implicano un ricorso più accentuato alle capacità di comunicazione e a quelle critiche e di organizzazione logica che favoriscano, fra l'altro, una visione ampia dei problemi. Ne segue la necessità di tendere allo sviluppo di certi comportamenti e di certe tecniche di lavoro che rendano lo studente capace di analizzare i dati della realtà con sistematicità, di esprimerli in modo sintetico, di organizzarli in un modello adeguato alla situazione e di tradurne i risultati in altre situazioni.

In particolare l'apprendimento della matematica dovrebbe essere basato sulla costruzione di concetti e sullo sviluppo di capacità, partendo dall'attività concreta degli studenti, in stretto collegamento con la realtà e tenendo presente le possibili applicazioni. Quanto proposto trova giustificazione, anche nei seguenti motivi:

1. la società accetta la matematica non perché è bella ma perché è utile;
2. insegnare una matematica in modo tale che gli studenti non partecipino essi stessi alla formazione dell'astrazione, serve solo a creare adulti senza facoltà di critica e facilmente manipolabili dalle parole e dai mezzi di comunicazione di massa;
3. il collegamento con la realtà fornisce allo studente la motivazione e il sostegno per l'intuizione e l'apprendimento delle idee astratte;
4. la realtà fornisce un criterio per la scelta degli argomenti di insegnamento.

Dovrebbe perciò essere superata ogni astratta frammentazione; la matematica va considerata come un tutto integrato che assume un ruolo importante per la formazione della persona ed ha ampie possibilità d'incontro con le problematiche di tutte le altre discipline, dal disegno alla lingua, alle scienze, all'arte, all'economia, alla geografia, alla storia. Occorre che ogni argomento sia motivante, prospetti problemi pratici di varia natura e, mirando alla componente qualitativa, eserciti l'attitudine a risolverli mediante un esercizio attivo, con momenti individuali e di gruppo e momenti di critica, di sintesi e di verifica con esempi e controesempi ed in continuo collegamento con la storia. Occorre che tutto ciò sia legato alla costruzione e manipolazione effettiva di supporti concreti e modelli matematici, in modo che non soltanto l'attività razionale, spesso passiva e individuale, di chi apprende, ne risulti mobilitata, ma ne venga coinvolto l'individuo nella sua globalità, fisica, razionale ed emotiva, con i suoi problemi comportamentali e di atteggiamento.

SI-PUÒ-CRESCERE ANCORA-PIÙ-RAPIDAMENTE?

Sì,

considero

$$y = x^4$$

ma non ho più un area, non ho più un volume.

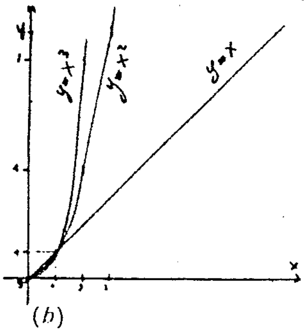
A partire da $x=1$ cresce più in fretta di $y=x^3$, e di $y=x^2$

Ora, per avere un valore costante bisogna arrivare a Δ_4!

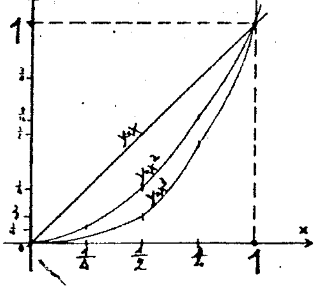
Ormai avete capito:

$$y = x^n$$

A partire da $x=1$ cresce tanto più rapidamente quanto più $\underline{n}$ é grande, e per avere il valore costante bisognerà arrivare a Δ_n



(b)



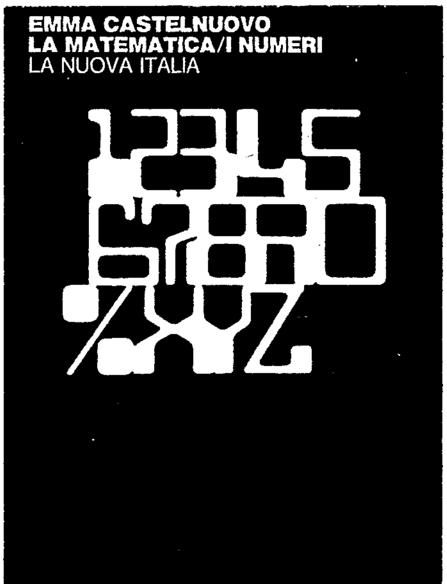
Emma Castelnuovo

LA MATEMATICA

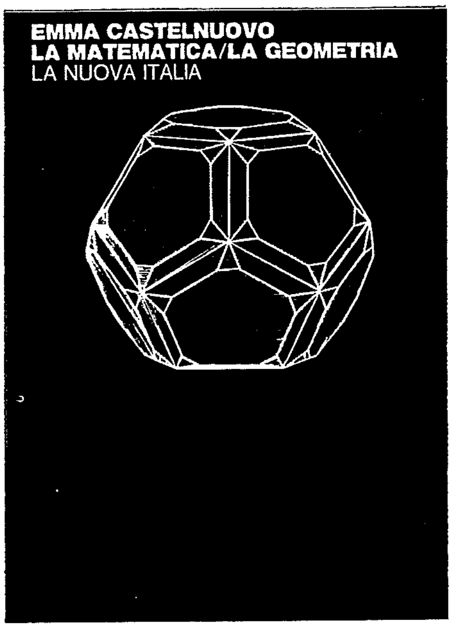
I numeri, pagg. XII-468 illustrate L. 7200

La geometria, pagg. XVI-464 illustrate L. 7200

Nel redigere una nuova edizione de *I numeri* e de *La geometria* ho cercato di tenere presenti i nuovi programmi ministeriali, e anche, naturalmente, le inquietudini e gli interessi dei ragazzi che frequentano oggi la scuola media. Perché, a chi fa la scuola di tutti i giorni, non può sfuggire l'irrequietezza del carattere, la non sempre costante forza nell'applicazione che rivelano i nostri giovanissimi allievi; e, d'altra parte, non ci può sfuggire l'interesse sempre più vivo che il ragazzo mostra per i fatti del nostro mondo: dalla biologia alla fisica, dalla tecnologia all'economia, alle scienze sociali. Di tale realtà il ragazzo viene informato dai comuni mezzi di diffusione, in particolare dalla televisione, ne afferra il senso ma il più delle volte la comprensione rimane ad un livello superficiale: forse anche perché, di un fatto scientifico si riferisce molto spesso il « prodotto finito », il risultato, e non viene descritto il lavoro che c'è a monte, il cammino delle idee. Così, nelle lunghe ore passate davanti allo schermo televisivo, i ragazzi si abituano più a recepire passivamente che a seguire in modo attivo, a « partecipare » alla costruzione. Ora, è proprio la matematica che, abituando a cogliere l'essenziale, può rendere più facile questo « saper vedere »; è la matematica che può aiutare a fissare le idee attraverso tabelle e grafici avviando a passare da un'osservazione superficiale a una più profonda comprensione; è la matematica che deve suscitare, anche nella piccola problematica che si presenta ai ragazzi della media, quello spirito di ricerca che mette tutti gli allievi sullo stesso piano davanti a un'indagine scientifica.



È proprio allo scopo di puntualizzare su pochi concetti fondamentali e di indirizzare ad una linea metodologica, che in questa edizione ho « sfrondato » capitoli che mi sembravano troppo prolissi, ho tolto pagine che portavano a concetti troppo astratti, e che finivano quindi per non essere assimilati a fondo perché troppo lontani dal concreto, ed ho cercato di ravvivare delle parti un po' pesanti mettendone in luce le applicazioni. I due volumi risultano in tal modo snelliti, benché vi si trovino nuovi capitoli, nuovi argomenti, nuove « aperture ».
Ne *I numeri* ho alleggerito il capitolo sulle frazioni: occorre infatti rendersi conto che nella nostra civiltà la notazione decimale ha ampiamente sostituito, sia per il calcolo modesto che per quello ad alto livello, le pesanti espressioni frazionarie che si ricorderanno un giorno come un inutile quanto dannoso tecnicismo operatorio.
Ho dato invece un maggiore sviluppo alle rappresentazioni grafiche di questioni statistiche che, permettendo di visualizzare dati numerici, aiutano a comprendere e a valutare con chiarezza i più diversi fatti della realtà.
Le pagine sulla probabilità, mentre portano a chiarire sempre di più il concetto di rapporto facendo riflettere su questioni che si presentano « come un gioco », conducono a impostare problemi di attualità, come quelli di genetica, e offrono ai ragazzi una lettura facile ma estremamente formativa.
Ho cercato poi di dare ancora maggiore spazio al concetto di funzione, legandolo alla matematizzazione di fenomeni reali, e questo non solamente nelle pagine del testo ma anche in quelle dell'eserciziario dove, alla fine, si trovano raccolte tante questioni di scienze sperimentali, dalla biologia alla fisica, all'economia. Molti di questi esercizi costituiscono, di per sé, argomenti di sperimentazione e di ricerca.
Ne *La geometria* ho del tutto rielaborato il capitolo della similitudine: mi sono resa conto infatti che riusciva poco interessante, e, spesso, presentava delle notevoli difficoltà perché troppo arido, troppo staccato da questioni reali; avevo inoltre notato che finiva per essere troppo « meccanico », affidandosi i ragazzi allo strumento formale delle proporzioni prima di avere assimilato il concetto di rapporto. Nelle pagine ora dedicate alla similitudine si dà grande spazio all'ingrandimento e alla riduzione delle figure, e si mette in luce l'importanza di questi procedimenti nei più vari rami della tecnologia.
Ho dato ancora maggior rilievo al capitolo della geometria analitica: io penso infatti che questo studio, a cui i ragazzi vengono condotti a poco a poco fin dai primi giorni della prima classe lavorando su rappresentazioni grafiche, abbia un altissimo valore formativo aiutando il passaggio dalla comprensione intuitiva al pensiero razionale. È interessante vedere come gli allievi amino questo argomento, quasi che il sistema di riferimento offra loro una certa sicurezza. È la geometria analitica che serve d'appoggio a un nuovo capitolo: la programmazione. Ho voluto inserire quest'argomento, anche se può sembrare un po' « forte », per rispondere con « fatti » più che con parole alla domanda così frequente da parte dei giovani e anche dei giovanissimi



Calcolo delle probabilità

sul significato di una politica di programmazione economica.
La trattazione delle trasformazioni affini risulta ora più snella e « diretta »: dall'osservazione delle ombre date dai raggi del sole si passa, quasi da sé, alla matematizzazione di questo fenomeno reale.
Alla fine dell'ultimo capitolo ho raccolto le varie proprietà delle coniche, che si erano scoperte via via a partire dal primo anno, arrivando così ad una visione sintetica sia da un punto di vista geometrico che analitico.
Anche ne *La geometria*, sotto il titolo *Come valersi del supporto geometrico per capire meglio problemi di fisica, di tecnologia e di comunicazione visiva*, vengono proposte alla fine dell'eserciziario questioni quanto mai varie e suggestive.

* * *

I numeri e *La geometria* di Emma Castelnuovo, che costituiscono ormai due testi classici per la formazione logico-matematica dei preadolescenti, escono in edizione rinnovata, per far posto anche a nuovi argomenti (calcolo delle probabilità, statistica, ecc.), così come indicato dai nuovi programmi.
Ogni capitolo è preceduto da una introduzione storica che immette la matematica nella sua matrice sociale; è opportuno leggere insieme i testi in classe, invitando i ragazzi a gustare una lettura scientifica, ad ascoltare il compagno che commenta e discute, a scrivere di matematica.
La documentazione illustrativa segue i testi pagina per pagina ininterrottamente; oltre ai disegni geometrici si fa sempre ricorso, ove possibile, a grafici, a cartine, a fotografie dal vero.
Numerosissimi gli esercizi; alcuni su problemi che prendono lo spunto dal mondo che circonda i ragazzi (le poste, le conquiste spaziali, le olimpiadi, le ferrovie, ecc.), creando un continuo aggancio non solo con le scienze fisiche, chimiche e naturali, ma anche con la tecnica, la musica, la geografia e con altre discipline.
Alcuni vanno svolti in classe, altri possono costituire lo stimolo per una ricerca individuale o per gruppi. Gli esercizi « aperti » invitano a scrivere una relazione, a « fare della matematica ».

*I disegni riprodotti alle pagine 2 e 6 fanno parte dell'*Esposizione di matematica *organizzata nell'autunno del 1979 dall'Accademia Nazionale dei Lincei: una mostra di materiali didattici realizzati dagli alunni di Emma Castelnuovo (e, per le scuole superiori, dagli alunni di Lina Mancini Proja) presso la scuola media Tasso di Roma.*
Una prima mostra era stata effettuata nel 1971 (e il materiale relativo è stato pubblicato nel volume Documenti di una esposizione di matematica, *edito da Boringhieri), cui aveva fatto seguito, nel 1974, una seconda esposizione (pubblicata nel volume* Matematica nella realtà, *pubblicato dallo stesso editore).*
La mostra comprende una serie di tabelloni murali e alcuni sussidi didattici curati dagli stessi ragazzi; è stata esposta anche a Bruxelles ed a Losanna. Recentemente, Emma Castelnuovo ha dato vita ad una iniziativa del genere anche nel Niger, in seguito ad una serie di lezioni condotte presso le scuole medie di Niamey.
L'intero materiale è ora raccolto presso la sede romana de La Nuova Italia, in Viale Carso n. 46, telefono 3612742, 3612441/442, ed è a disposizione degli insegnanti che intendono prenderne visione.

* * *

Le due colonne di disegni delle pagine 9 e 10 si riferiscono ad una illustrazione del terzo volume di La natura e la scienza: *in particolare, essi rappresentano lo sviluppo embrionale dei vertebrati (nell'originale la tavola si compone di cinque colonne, relative al pesce, alla rana, al pollo, al maiale, all'uomo; qui sono riprodotte soltanto quelle relative alla rana ed all'uomo). Il confronto tra gli embrioni nelle prime fasi di sviluppo e le forti somiglianze che si riscontrano sono conferma della evoluzione della specie da un antenato comune.*
Il disegno di pagina 12 rappresenta, come indicato nella didascalia, Charles Darwin che esamina lo scheletro di un gigantesco mammifero. Nei tre volumi, assai spesso, ai disegni esplicativi ed alle fotografie documentarie, sono affiancate illustrazioni come quella che qui presentiamo, che prendono lo spunto dal racconto di esperimenti scientifici del passato (spinta di Archimede, respirazione e combustione di Lavoisier, generazione spontanea di Redi, ecc.), affinché lo studente possa rendersi conto che ogni conquista scientifica è opera dell'uomo e che nulla è definitivo, perché ogni tappa può essere discussa e superata.