

IL CENTRO

BOLLETTINO DEL CENTRO DIDATTICO
NAZIONALE DI STUDI E DOCUMENTAZIONE



FIRENZE - ANNO IV, N. 2-3 - DICEMBRE 1955 - GENNAIO - FEBBRAIO - MARZO 1956

interessano lo svolgimento più igienico della vita scolastica e il lavoro mentale degli allievi; collaborazione, in particolare, coll'insegnante d'educazione fisica o col maestro in eventuali problemi ed esigenze, individuali o collettive, che si presentino in tal campo.

Dobbiamo persuaderci che o la scuola si apre a tutte le prospettive della vita sociale e a tutti i bisogni della personalità umana in formazione, spezzando i cancelli in cui essa era e spesso è ancora abitualmente o gelosamente e sospettosamente chiusa, o essa è destinata ad ammalarsi di disfunzione radicale e a morire d'inadattamento e d'anemia. Non dobbiamo, ad esempio, trovar nulla di strano in una scuola — parlo in particolare della secondaria — dove il consiglio degli insegnanti si convoca regolarmente con molta frequenza per un esame continuo, comparativo, dell'opera di ciascuno e per il continuo controllo delle manifestazioni personali del carattere, delle attitudini, del profitto, dei problemi dei singoli allievi, ma che periodicamente si riunisce anche coll'intervento del psicologo e del medico scolastico per eventuali consigli o per l'esame di particolari casi che richiedono il loro intervento. E' una misura che già accenna a prender consistenza nelle *Classes nouvelles* di Francia. Questo nulla toglierà all'autonomia della funzione didattica e alla preminente autorità e responsabilità educativa dell'insegnante, ne sarà invece l'ausilio e l'integrazione indispensabile. Il problema odierno è di salvare in tutti, compresi gli allievi, compresi i maestri, i valori della personalità insieme con quelli della socialità e della comunità, che prende anche la forma della collegialità delle funzioni. La complessità della personalità del fanciullo e il valore supremo e i diritti che le competono, impongono anche varietà di competenze e di responsabilità, coordinazione e integrazione reciproca di sforzi e di cure amorose. Nell'insegna di questo sacro patrimonio spirituale ch'è la personalità del fanciullo, noi dobbiamo compiere e realizzare quest'armonia di medicina e d'educazione, di medico e di maestro: armonia, intendiamo, che è anche reciprocità; chè, se è vero che il corpo è sostegno e organo dell'anima, è anche vero che non pochi e non irrilevanti sono gl'influssi della psiche (e cioè anche della sua educazione) sul fisico e sugli stessi disturbi e malattie organiche, secondo quel che, anche in medicina, è l'orientamento rappresentato dalla medicina *psicosomatica* — citerò solo, ad esempio, l'opera di Franz Alexander — che costituisce ormai una scuola fiorente e ha una vasta letteratura. Armonia che sarà in pratica la sanzione e l'applicazione della più vera e più alta concezione filosofica dell'uomo: spirito incarnato, carne fatta strumento mirabile dello spirito, che dev'essere aiutata e curata perchè meglio serva allo spirito e con esso partecipi alle lotte e alle conquiste ideali che sono il dovere, la missione, l'orgoglio della nostra, fragile e sublime insieme, natura di uomini.

GIOVANNI CALÒ

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA PROBLEMI DI IERI E DI OGGI

« Come si spiega il frequente verificarsi degli stessi errori da parte degli allievi nello studio dell'algebra? » — « Dobbiamo valerci di sussidi concreti nell'insegnamento della matematica? » — « Deve il corso di geometria seguire, grosso modo, lo sviluppo storico? » — « Matematiche classiche o matematiche moderne nell'insegnamento secondario? » — « Che cosa sta succedendo nella nostra scuola per quanto riguarda il corso di matematica? ».....

Le riviste di didattica matematica di tutto il mondo — abbiamo citato qui a caso frasi prese da periodici francesi, belgi, inglesi, americani ed italiani — riportano oggi questi interrogativi, che costituiscono addirittura delle apposite rubriche.

Questi interrogativi denotano evidentemente uno stato d'incertezza e di turbamento, ma anche un desiderio di ricercare le cause di tale agitazione e, quindi, un lavoro d'indagine e di creazione. Credo davvero si possa affermare che mai come oggi si è verificata una crisi nell'insegnamento della matematica in ogni ordine di studi, ma soprattutto nella scuola secondaria. Una crisi determinata da molteplici cause di carattere generale e particolare: fra le prime, lo studio della psicologia infantile spinto fino alle più sottili indagini e le questioni di scolastica sociale pongono ogni docente davanti a nuovi problemi; fra le seconde, i rapporti sempre più marcati fra matematica e tecnica e matematica e altre discipline obbligano l'insegnante a una cultura non strettamente limitata. Infine, un importante riflesso nella didattica ha la questione di carattere specifico per cui la matematica stessa è o sembra essere a una svolta: si parla infatti di matematiche classiche, intendendo quelle create fino a una cinquantina d'anni fa, mentre si designano col nome di matematiche moderne quelle che, caratterizzate dal concetto di struttura, portano il metodo assiomatico dei Greci a un campo d'azione molto più vasto e, mettendo in evidenza il fondamento comune di molte teorie, riescono a unificare le loro trattazioni.

Tutto questo turbamento prodotto da questioni psicologiche, sociali, culturali, ponendo il maestro davanti a problemi nuovi e a continui interrogativi, non può non produrre una crisi nell'insegnamento della matematica; crisi la cui soluzione si presenta ardua e lontana essendo tanti e così vari e fra loro più o meno dipendenti i fattori che la determinano, ed essendo incerta e poco precisa e, in fondo anche personale, la meta cui si vuole arrivare.

Non è facile oggi farsi un'idea delle gravi difficoltà, e quindi del grande interesse, che presenta la didattica della matematica in una scuola secondaria. Ci proponiamo, in queste pagine, di trattare brevemente la storia di quanto si è fatto nel campo dell'insegnamento di questa disciplina, mettendone in luce gli indirizzi che attualmente si presentano. Vorremmo chiarire al lettore e a noi stessi i problemi del passato e del presente e gettare uno sguardo sulle correnti e le vie che oggi ci si offrono.

Riviste, libri, riunioni e congressi cercano da anni di suscitare discussioni sull'insegnamento della matematica allo scopo di lumeggiare le difficoltà fondamentali e i problemi di ca-

rattere particolare e generale. Fin dal 1908, sentita l'opportunità di coordinare i lavori e gli sforzi delle varie nazioni mettendone a raffronto programmi e metodi, era stata creata, in seno al IV Congresso Internazionale dei Matematici, la « Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique ». Questa Commissione, sorta su iniziativa del matematico americano D. E. Smith, si proponeva, da una parte, di fare un'inchiesta sulle tendenze attuali dell'insegnamento matematico nelle varie nazioni, e, dall'altra, di esaminare i metodi d'insegnamento di questa disciplina alla luce delle moderne idee culturali, pedagogiche, psicologiche. Matematici come D. E. Smith, F. Klein, J. Hadamard, F. Enriques e G. Castelnuovo diedero in pochi anni a quest'organismo una marcata fisionomia, tracciandone un'illuminata linea di azione, ed esercitando così una notevole influenza sui docenti di ogni paese. Data la larga mentalità degli uomini che la presiedevano, la Commissione, benchè formata da soli matematici, non si limitava ad un esame strettamente specifico, ma portava in discussione in Congressi e nella Rivista « L'Enseignement mathématique », organo della Commissione stessa, molti di quegli interrogativi di carattere più vasto che, a distanza di cinquanta anni, sono ancor oggi attuali.

Nel corso degli anni questo carattere si è andato affievolendo per molteplici cause, fra le quali ci sembra di dover citare la sempre maggior specializzazione nei differenti rami della matematica, la preoccupazione del rigore, e, soprattutto, lo scarso interesse da parte di molti matematici per la pedagogia generale e la psicologia. La Commissione fu portata così a trascurare i problemi di carattere più largo per restringere le proprie vedute alla pura matematica. Si spiega in tal modo come, dopo l'interruzione di attività verificatasi durante l'ultima guerra, quest'organismo, che era nato in seno a un congresso matematico, ma che dall'associazione dei matematici si era staccato per una maggior autonomia e larghezza, divenne nel 1952 una sezione dell'Unione Internazionale dei Matematici.

Benchè costantemente rinvigorita dal nome di grandi matematici, la Commissione sembra avere oggi un compito sempre più specifico e particolare. Ce ne dà prova l'ultimo Congresso Internazionale (quello tenutosi ad Amsterdam nel settembre '54), dove venne promossa nella sezione didattica un'inchiesta sull'insegnamento della matematica per i giovani da 16 a 21 anni. La stessa precisazione di limitare l'inchiesta agli ultimi anni della scuola secondaria è indice del fatto che si preferisce attenersi a un'età dove i fattori di carattere psicologico e pedagogico hanno un valore meno preminente e dove gioca invece in modo più marcato la trattazione prettamente matematica di questo o quell'argomento.

Si comprende perciò come si sia sentito il bisogno, dato il sempre crescente interesse per lo sviluppo dell'intelligenza del fanciullo e dell'adolescente, di creare un'associazione più snella, più larga, più comprensiva — direi — nel vero senso della parola. E' così che nel 1950 nasce la « Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques », i cui fondatori ed attuali dirigenti, nelle persone di G. Choquet, J. Piaget, C. Gattegno — un matematico, uno psicologo, un pedagogista — sono a testimoniare come si voglia considerare il problema dal più ampio punto di vista. Questa Commissione è formata dunque di persone che in campi diversi, psicologico, metodologico, pratico, cercano di dare un contributo al miglioramento dell'insegnamento della matematica; essa si

compone, perciò, sia di noti matematici, logici, psicologi e pedagogisti che di modesti insegnanti i quali con attente e pazienti esperienze studiano la questione da un punto di vista pratico. I membri della Commissione e quanti desiderano partecipare a questi lavori si riuniscono periodicamente al fine di coordinare esperienze, studi, relazioni; dal 1950 sono stati tenuti ben nove incontri internazionali: in Inghilterra, Belgio, Svizzera, Francia, Lussemburgo, Germania, Olanda, Italia e Austria. Riportiamo alcuni dei temi di discussione perchè il lettore possa avere un'idea dei problemi che si agitano: « Relazioni fra il programma di matematica nelle scuole secondarie e lo sviluppo delle capacità intellettuali dell'adolescente »; « Il programma funzionale: dall'Asilo all'Università »; « Strutture matematiche e strutture mentali »; « L'allievo davanti alla matematica. Una pedagogia che libera ».

Senza riviste proprie e senza alcuna pubblicazione di rapporti, i lavori della Commissione erano fino ad ora poco noti; solo le relazioni orali riportate dai vari membri nei rispettivi paesi davano un'idea del movimento così attivo e moderno che informava lo spirito degli organizzatori. Oggi la Commissione si presenta in forma ufficiale con la pubblicazione di un libro « L'enseignement des mathématiques » (1), intorno a cui ci sembra opportuno riferire brevemente perchè illumina sugli intendimenti e gli scopi di questo gruppo di educatori e su tutta una corrente di idee che viene ad assumere oggi sempre più un significato e una importanza che non si può disconoscere.

Il libro si compone di vari articoli scritti da autori che esplicano differenti attività: uno psicologo, Jean Piaget, un logico matematico, Ewart W. Beth, tre matematici, Jean Dieudonné, André Lichnerowicz, Gustave Choquet, e un pedagogista della matematica, Caleb Gattegno, il quale come segretario generale della Commissione organizza i vari congressi ed è veramente l'anima di questo movimento.

Sotto il titolo vago « L'enseignement des mathématiques » si racchiude l'interrogativo « *Matematiche classiche o matematiche moderne nella Scuola?* » Matematiche, cioè, in cui si pone a base della costruzione gli elementi semplici (quali i numeri interi, il punto, la retta,...), da cui prendono origine e sviluppo le varie teorie, o matematiche in cui le fondamenta non sono costituite da enti ma da un sistema operatorio, una serie di strutture? A questo interrogativo gli autori rispondono tutti sostenendo l'enorme vantaggio che si avrebbe nel compenetrare l'insegnamento dello spirito delle matematiche moderne. I tre matematici, lueggiando la questione da un punto di vista storico e mettendo in evidenza come la creazione matematica sia una continua ascesa verso l'astrazione e come fra gli « oggetti matematici » su cui si opera e le regole operatorie, queste ultime e non la « natura » dei primi, siano veramente essenziali, danno effettivi suggerimenti didattici mostrando come anche in un corso elementare si possa insistere su quelle proprietà operatorie che si mantengono valide nel passaggio da una teoria all'altra (come le proprietà comuni dei numeri interi e dei polinomi, le leggi di composizione di certi insiemi di numeri, ecc.), e che presentano un fascino, proprio per questo carattere di generalità.

(1) J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet, C. Gattegno: « L'enseignement des mathématiques » — Editions Delachaux et Niestlé, Neuchâtel (Svizzera).

Un'ampia recensione di questo libro, fatta da E. Castelnuovo, si trova nella rivista « Archimede », n. 6; 1955.

Non ci sorprende poi che il logico Beth si trovi perfettamente in questo ordine di idee: egli sostiene l'enorme importanza della logica rispetto alla psicologia e quindi la grande superiorità ai fini pedagogici di un metodo assiomatico in confronto a un metodo genetico.

Sono invece le affermazioni dello psicologo che portano qualcosa di veramente nuovo e che ci fanno riflettere. Jean Piaget, con attente e raffinate esperienze sulla nascita e lo sviluppo dei concetti matematici, è riuscito a stabilire che alle tre strutture fondamentali su cui riposa l'edificio matematico secondo la Scuola di Bourbaki, e cioè le strutture algebriche, quelle d'ordine e quelle topologiche, corrispondono tre tappe fondamentali nell'apprendimento dei concetti matematici da parte del fanciullo. Si verifica infatti che nel bambino nascono più o meno nello stesso periodo le strutture di tipo algebrico (per esempio la comprensione della reversibilità delle azioni, dell'inclusione di una classe parziale A in una totale B), le strutture d'ordine (la seriazione: sono ormai classiche le esperienze di Piaget sulla più o meno grande difficoltà che ha il bambino fino ai 6-7 anni di disporre in ordine d'altezza vari regoli), e le strutture topologiche (l'ordine di costruzione delle nozioni geometriche nello sviluppo spontaneo del fanciullo non è affatto conforme all'ordine storico delle tappe della geometria: le questioni topologiche vengono afferrate dal bimbo molto prima delle questioni euclidee).

Con questo lavoro di Piaget la questione specifica portata dal tema «Matematiche classiche o matematiche moderne nella scuola?» esce dal campo della stretta matematica per dar luogo a problemi di carattere ben più vasto e ci obbliga veramente a riflettere.

A questo studio, come anche a quelli dei matematici, si collega l'articolo di C. Gattegno; il pedagogista dichiara infatti che nell'insegnamento ci si deve valere sia delle strutture matematiche che di quelle mentali. Ma egli porta inoltre una nota di originalità col porre a base della didattica matematica quel principio che è fondamento della moderna pedagogia: il principio di libertà. Secondo il Gattegno, un errore fondamentale che si fa nell'insegnamento della matematica è dovuto al fatto che il nostro programma (di aritmetica, di algebra e di geometria) è restrittivo, cioè impedisce all'allievo di seguire uno sviluppo naturale: l'aritmetica perchè lo costringe nel « numerico », cioè nel particolare, l'algebra perchè l'insegnante illustra il concetto di funzione con esempi semplici, costruiti appositamente, e quindi artificiali, e la geometria perchè in tutti i nostri corsi si segue un metodo deduttivo e quindi l'allievo è obbligato, partendo da certe premesse, a seguire una strada che è già segnata. Sulla base di queste idee, Gattegno traccia un interessante programma, chiaramente influenzato da fattori psicologici.

Ci sembra opportuno di sottolineare che il tema specifico del libro si è allargato dando luogo ad un'ampia visione pedagogica proprio perchè, nel dibattito, i matematici hanno fatto intervenire uno psicologo di rara competenza scientifica. Ma quel libro non vuole imporre delle idee nè vuole concludere.

E nemmeno a una conclusione ci porta la lettura di un numero interamente dedicato all'insegnamento della matematica della rivista francese « Cahiers pédagogiques » (1), numero

(1) *Cahiers pédagogiques pour l'enseignement du second degré*, n. 3, Novembre 1955. S.E.V.P.E.N. 13 rue du Four, Paris.

uscito contemporaneamente a quel libro, e dove l'interrogativo «Matematiche classiche o matematiche moderne nella scuola?» viene discusso da matematici di fama mondiale.

Dobbiamo introdurre nella scuola i principi della matematica moderna? «No, cento volte no — risponde Jacques Hadamard —. Se l'insegnamento della matematica prendesse fin dall'inizio questa forma un po' esoterica, l'immensa maggioranza degli allievi, se non la totalità, verrebbe irrimediabilmente disgustata, e ciò fino alla fine degli studi secondari». Meno decisivo sembra essere il parere di H. Cartan: «Non vi sono delle matematiche classiche e delle matematiche non classiche — egli dice —; il problema dell'insegnamento consiste nel saper dosare la materia e nel sapersi adattare alla psicologia del fanciullo o del ragazzo. Questo problema non può essere risolto seriamente se non da quei maestri che sappiano un po' in che cosa consiste». E non diverso è l'atteggiamento di G. Bouligand: «Quello che importa è che si cerchi di avvicinarsi alle nuove correnti».

Personalmente non ci nascondiamo che, benchè le idee degli assiomatici, così fortemente espresse nel libro «L'enseignement des mathématiques», ci attirino e producano un certo fascino, sentiamo tutto il pericolo che prevede J. Hadamard. «A meno che — dice Maurice Frechet, e le sue considerazioni, espresse nei «Cahiers», aprono la via a una conciliazione — non s'insista sull'evoluzione induttiva che ha dato nascita al metodo assiomatico e sulla necessità di un'interpretazione concreta dei suoi termini per renderne possibile l'uso nella realtà».

Del resto, il pericolo di dare ai giovani troppo presto uno strumento — l'assiomatica — eccessivamente perfezionato, e il bisogno di basi concrete nella didattica, non sfugge nemmeno a coloro che sono favorevoli all'introduzione delle matematiche moderne nella scuola: è di ora (12-13 novembre '55) una grandiosa e originale esposizione che ha avuto luogo ad Anversa di modelli e di dispositivi sperimentali costruiti da allievi di scuole elementari, licei, università; esposizione organizzata — è interessante notarlo — proprio da alcuni fautori di quella corrente.

Il vasto movimento, di cui abbiamo parlato e che, pur riferendosi alla matematica, porta in discussione argomenti apparentemente lontani, le riunioni delle varie associazioni nazionali ed internazionali, i congressi specializzati in didattica matematica, mai tanto frequenti come in questi ultimi anni, danno l'impressione che nel campo dell'insegnamento matematico si verifichi un po' quello che accade in politica. Uomini e concezioni diverse, intransigenze e settarismi da una parte, larghe vedute ed ampie possibilità dall'altra.

E ci si può domandare se, portati da questa o quella corrente, gli insegnanti non rischiano di essere travolti e di perdere la loro linea d'azione e quindi anche la loro serenità. Ma chiunque abbia contatto diretto con la scuola sa che sono gli allievi stessi a ridare stabilità ed equilibrio; e la conoscenza dei lavori che appassiano i pedagogisti della matematica varrà a farci considerare il nostro lavoro anche come possibilità di creazione e quindi da un punto di vista scientifico, e ci permetterà di cogliere oggi nei nostri allievi quello che fino ad ieri non vedevamo.

EMMA CASTELNUOVO