

# GIORNALE DI MATEMATICA

DI BATTAGLINI

FONDATAO NEL 1868

TERZA SERIE

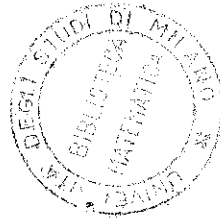
DIRETTA DA

ERNESTO PASCAL

COLLA COLLABORAZIONE DI

Pasquale DEL PEZZO      Roberto MARCOLONGO  
Alfonso DEL RE          Domenico MONTESANO  
Gabriele TORELLI

Volume XLVIII (1<sup>a</sup> della 3<sup>a</sup> Serie)  
1910



4984

NAPOLI

LIBRERIA SCIENTIFICA ED INDUSTRIALE  
DI BENEDETTO PELLERANO

LUIGI CARLO PELLERANO, Successore  
1910



*A. Capelli*

# GIORNALE DI MATEMATICHE

DI BATTAGLINI

FONDATO NEL 1863

TERZA SERIE

DIRETTA DA

ERNESTO PASCAL

COLLA COLLABORAZIONE DI

Pasquale DEL PEZZO | Roberto MARCOLONGO  
Alfonso DEL RE | Domenico MONTESANO

Gabriele TORELLI

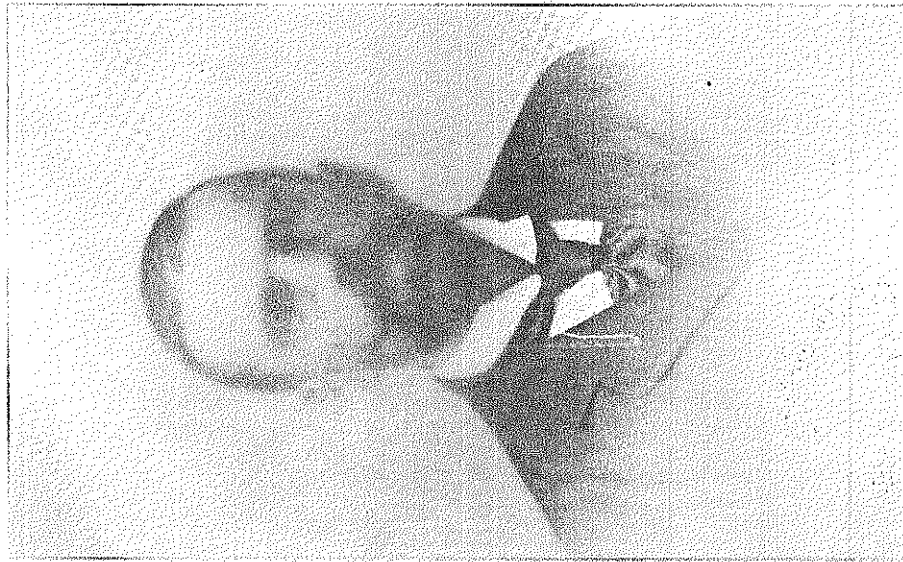
Volume XLVIII — (1° della 3<sup>a</sup> Serie)  
1910

4284



NAPOLI

LIBRERIA SCIENTIFICA ED INDUSTRIALE  
DI BENEDETTO PELLERANO  
LUIGI CARLO PELLERANO, Successore  
1910



*Ernesto Pascal*

# INDICE

Amoroso Luigi—Sul valore massimo di speciali determinanti.	Pag. 305—315
Cavaccini Angelina — Su certe formazioni invarianive della quartica binaria e su certe serie ricorrenti . . . . .	» 117—128
Cherubino Salvatore—Sulla costruzione dei sottogruppi di un gruppo qualunque che hanno per ordine la mas- sima potenza di un numero primo . . . . .	» 46—55
Ciani Edgardo — Le curve piane di quart'ordine . . . . .	» 259—304
Grandpas Jean Blaise — (Annibale De Gasparis). Sur les dé- terminants dont les éléments ont plusieurs indices	» 64—71
Hayashi Tsuruichi — Démonstration élémentaire du théorème de M. Hadamard sur la valeur maximum du déterminant . . . . .	» 253—258
Kempe A. — Sur l'approximation des racines des équations de degré supérieur . . . . .	» 236—243
Loria Gino — Sulla topologia delle superficie trascendenti . . . . .	» 56—63
Maggi Gian Antonio — Giacinto Mora . . . . .	» 317—324
Mineo Corradino — Sulle superficie riferite a un sistema geo- grafico e sulla determinazione intrinseca del geoido. . . . .	» 185—229
Nicoletti Onorato — Un' equazione analoga all' equazione se- colare. . . . .	» 167—168
Occhipinti Roberto — Su alcune semplici relazioni fra le ra- dici di una equazione algebrica e quelle della derivata . . . . .	» 244—252
Pascal Ernesto — Prefazione alla 3 <sup>a</sup> serie del Giornale. . . . .	» 1—4
» — L' integratore meccanico per le equazioni differen- ziali lineari di 1° ordine e per altre equazioni differenziali. . . . .	» 16—26

Per 130  
48 (1910)

Pascal Ernesto — Il prossimo Congresso delle scienze a Napoli	35—36
» — Piccole Note bibliografiche	» 72—78
» — Sommarii dei Corsi monografici di Matematiche Superiori dettati nelle Università italiane nell'anno scolastico 1909-10	» 169—182
» — Piccole Note bibliografiche	» 230—235
» » »	» 374—380
Pincherle Salvatore — Sopra un'estensione del concetto di divisibilità	» 325—340
Piuma Carlo Maria — Sui quadrati magici di nove interi	» 27—35
Ricotti Ernestina — Sulle serie divergenti sommabili	» 79—111
Rietti Teofilo — Sulle operazioni distributive normali	» 129—166
Spelta Cesare — Sulla determinazione di velocità e delle accelerazioni nel moto più generale di un corpo rigido	» 37—45
Tonelli Leonida — Sull'iterazione	» 341—373
Torelli Gabriele — Alfredo Capelli — Cenno necrologico	» 5—15
Vergenio Attilio — Sul teorema del valor medio di Bonnet	» 112—116

Annunzio bibliografico — Ernesto Pascal, La teoria delle forme differenziali di ordine e grado qualunque	» 184
Avviso di concorso	» 36
Errata-Corrige	» 184
Notiziario	» 128
»	» 183
»	» 316

# GIORNALE DI MATEMATICHE

DI BATTAGLINI

## PREFAZIONE

ALLA TERZA SERIE

È con un senso misto di riverenza e di amore che raccolgo il glorioso retaggio.

Questo Giornale nacque nel Gennaio del 1863, e sebbene portasse sul frontespizio, ma solo per i primi tre volumi, i nomi di G. Battaglini, V. Janni, N. Trudi, pure è facile immaginare che l'ispiratore principale di esso fu Giuseppe Battaglini, che da appena due anni, chiamato dal Governo della nuova Italia a coprire la cattedra di Geometria superiore nella rinnovellata Università di Napoli, si incamminava allora per quella via di cui dovea poi raggiungere così alte cime.

Quando, poco meno di cinquant'anni fa, sorse questo Giornale, le condizioni del giornalismo matematico in Italia e fuori, erano assai diverse da quel che sono ora.

In Germania, fra i due minori *Archiv der Mathematik und Physik di Gruert* e *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, fondato da pochi anni, primeggiava il venerando *Journal für reine und angewandte Mathematik* fondato da Crelle, che avea raccolto i lavori celebri di Jacobi e di tutti i maggiori matematici del secolo; in Francia, accanto all'antico *Journal de l'École Polytechnique* che avea pubblicato i grandi lavori di Cauchy, avea acquistato gran nome il famoso *Journal de Mathématiques pures et appliquées di Liouville* che sosteneva degnamente il confronto col *Orelle*, ed era poi da poco cominciata la seconda serie di quei *Nouvelles Annales de Mathématiques*, fondati nel

1842 da Gerono e Terquem, che aveano un indirizzo assai affine a quello col quale il Battaglini avea forse in principio concepito il suo nuovo Giornale; ed infine in Inghilterra avea da poco iniziata la terza serie, mutando anche nome, quel *Cambridge and Dublin mathematical Journal* (diventato il *Quarterly mathematical Journal*) che raccoglieva tutta l'abbondante produzione matematica dei geometri inglesi.

In Italia poi non c'erano allora che gli *Annali di Matematica pura ed applicata* del Tortolini, trasformazione di quegli *Annali di Matematica e fisica* che il Tortolini, con giusto presentimento, come ebbe a dire il Briosechi, del risveglio degli studi matematici in Italia, avea cominciato a pubblicare sin dal 1850.

Il Battaglini con quell'intuito meraviglioso che lo aiutava in quasi tutte le sue intraprese dirette a favorire, con tutti i mezzi, la coltura matematica del Paese, comprese che in questo campo c'era una lacuna, perchè da una parte l'aumento della produzione matematica sarebbe ben presto divenuta tale da non poter più esser contenuta negli *Annali*, e nelle scarse pubblicazioni accademiche del tempo, e dall'altra parte con quell'incessante progredire delle Università italiane che i tempi nuovi già facevano intravedere sull'orizzonte, i giovani presto avrebbero avuto bisogno di una propria palestra in cui addestrarsi, di una arena propria che fosse più largamente aperta a tutti e nella quale tutti potessero cominciare a misurarsi e a mostrare il proprio valore.

Così circa mezzo secolo fa, nacque questo Giornale. Nella breve e modesta prefazione premessa al primo fascicolo si diceva di indirizzarsi principalmente ai giovani studiosi delle Università italiane: « *Il sempre crescente sviluppo che prendono in questa nostra età le scienze matematiche* » così si cominciava « *e d'altra parte le difficoltà che si incontrano da chi intende seguire questo incessante incremento, tanto per necessaria conoscenza di lingue straniere, come per corredo di libri e cognizioni sufficienti a comprendere i lavori di molti illustri Geometri viventi, ci ha fatto sorgere il pensiero di fondare il Giornale che annunziamo. Esso è dedicato principalmente ai giovani studiosi delle Università italiane perchè loro serva come di anello tra le lezioni universitarie e le altre questioni accademiche, cosicchè possano rendersi abili a coltivare le parti superiori della scienza, e leggere senza intoppi le dotte compilazioni del Tortolini, del Crella, del Liouville e altri* ».

Con tali intenti la palestra fu fondata, e fu palestra nella quale si addestra-

rono e temperarono i più nobili ingegni matematici d'Italia: nei primi volumi che movimento! che vita! quistioni numerose proposte e risolte, discussioni, relazioni di corsi universitari fatte da discepoli, rassegne bibliografiche e critiche, sunti di lezioni su argomenti allora poco diffusi, notizie universitarie; a far scorrere quei volumi si intravede tutto un rigoglio di vita, un entusiasmo, da parte di docenti e discenti, per la scienza e la scuola, che fa pensare al feyore di quei tempi eroici nei quali i nostri padri sognavano la grandezza d'Italia.

A scorrere quei volumi vi passano sotto gli occhi tutti i nomi dei matematici italiani della seconda metà del secolo passato. Chi di questi non ha lasciato fra le pagine di quei quarantasette volumi una traccia del proprio genio?

Il primo lavoro pubblicato fu uno del Battaglini stesso, ma non dei più originali: *Teoria elementare delle forme geometriche*; e subito dopo comparvero lavori di Briosechi, di Trudi, di Fergola, di Beltrami, di Cremona, di Del Grosso, di Dorna, di De Gasparis, di Turazza, di Chelini, di Genocchi, di Cerruti, di Fardy, di Dini, di D'Ovidio, di Arménante, di Torelli, di De Paolis, di Veronese, di Bianchi, di Bertini, di Pincherle, di Volterra, e di innumerevoli altri.

Ed alcuni di questi lavori furono celebri e fecero epoca: il Briosechi vi pubblicò le sue lezioni sulle *funzioni Jacobiane*, il Cremona vi pubblicò i lavori sulle cubiche, e sulla teoria delle caratteristiche, e vi pubblicò la celebre Memoria sulle *trasformazioni geometriche delle figure piane*, il Dini, i suoi numerosi primi studi di Geometria differenziale e sulla teoria delle superficie a curvatura costante, e il Beltrami quelle sue mirabili *Ricerche di Analisi applicate alla Geometria* che ne rivelarono subito il grande valore e ne fecero presagire l'avvenire; e poco di poi vi pubblicò anche quel suo famoso *Saggio di interpretazione della Geometria non euclidea*, che basterebbe da solo ad assicurare la gloria di un uomo.

Al 4° volume, nel 1866, il Battaglini assunse da solo la direzione del Giornale, e la tenne così ininterrottamente sino alla morte avvenuta nel 1894, salvo una interruzione di due anni, nel biennio 1872-73 in cui, come risulta dai frontespizii dei vol. 10° e 11°, egli divise la direzione col Fergola e si fece coadiuvare da D'Ovidio, Torelli e Sardi.

Alla sua morte si iniziò la seconda serie del Giornale sotto la direzione

dell'illustre prof. Alfredo Capelli, troppo presto rapito ora agli amici ed ai colleghi che lo amavano tanto; e questa 2ª serie comprende 16 volumi, come la prima ne avea compresi 31.

Con questo volume 48° si inizia infine la 3ª serie. Nell'inaugurarla mando un saluto riverente e riconoscente alla memoria di quei tanti antichi e illustri collaboratori del Giornale che contribuirono ad assicurarne la fama e che ora non sono più; mando un saluto affettuoso ai colleghi ed amici sparsi per ogni parte d'Italia, a molti dei quali il ricordo di questa prima nobile palestra dei loro studi, di questo primo campo della loro gloria, coincide col dolce ricordo degli anni più belli della giovinezza; mando un saluto augurale ai giovani matematici, alle nuove speranze d'Italia, a cui di questo Giornale è affidato l'avvenire; porgo dal cuore un saluto ai valorosi miei collaboratori e colleghi della Facoltà matematica di Napoli, ai quali mi legano tanti antichi vincoli di amicizia e di affetto; ed invio infine un omaggio riverente alla memoria dell'illustre fondatore, sotto gli auspici del cui grande spirito, intraprendo il non facile compito.

Napoli, 10 Aprile 1910.

**Ernesto Pascal.**



## ALFREDO CAPELLI

### CENNO NECROLOGICO

PER

GABRIELE TORELLI (a Napoli)

L'anno 1894 Alfredo Capelli assunse la direzione di questo Giornale succedendo all'illustre matematico, col cui nome il periodico è generalmente indicato.

Durante tre lustri lo accompagnò la simpatia degli studiosi, che si manterrano assidui lettori di questa pubblicazione.

Malgrado che da qualche tempo ne apparisse indebolita la salute, pareva che egli potesse essere conservato ancora per un pezzo alla scienza, all'ingenuamento, alla famiglia.

Ma un attacco breve e violento d'un male cardiaco lo spense all'alba del 28 ultimo gennaio.

Ed or che il nome di lui appartiene alla storia della scienza, basterà enunciare, senza artificio di frasi, quanto egli ha operato, perchè si giudichi che una notevole parte resisterà all'azione del tempo.

Alfredo Capelli, nato a Milano il 5 agosto 1855, studiò prima a Roma sotto la guida di Cremona, Beltrami e Battaglini, poscia a Pavia con Casorati e in ultimo assistette in Berlino ai corsi di Weierstrass e Kronecker.

Entrò poi nell'insegnamento come assistente all'Università di Pavia, e infine, conquistata per concorso la cattedra universitaria di Algebra, insegnò prima a Palermo e poi dal 1886 in avanti a Napoli.

Le pubblicazioni del Capelli, che si trovano enumerate, e classificate nell'elenco in fine di questo articolo ascendono a 83.

Di esse 70 riguardano l'Analisi, 2 la Geometria, 11 sono biografie, note bibliografiche, discorsi, relazioni e versioni.

Le prime 70 possono suddividersi in 13 relative all'Analisi infinitesimale, e 57 all'Analisi algebrica. Di queste, 27 trattano argomenti della Teoria delle Forme algebriche, 5 delle Sostituzioni, 11 delle Equazioni algebriche, 14 si occupano di teorie varie di algebra o di aritmetica.

Il gruppo più numeroso dunque è quello riguardante la dottrina delle Forme algebriche: esso fruttò all'autore successivamente nel 1882 e nel 1896 due premi della Società italiana delle Scienze, e per virtù sua certamente il nome di lui avrà un posto duraturo nella storia della scienza.

In questi studi continuati per ben 25 anni, con spirito costantemente progressivo, egli pervenne a stabilire con rigore risultati sostanzialmente importanti.

Cominciò col generalizzare una formola già data da Jordan per le forme binarie, e con successive estensioni pervenne allo sviluppo di una forma di  $n$  serie ad  $n$  variabili secondo le potenze del determinante delle variabili moltiplicate per poteri di forme ad  $n-1$  serie. Osservando poi che l'operazione invariante adoperata da Cayley può essere sostituita da una operazione della natura di quelle emananti considerate da Sylvester, giunse a stabilire nel modo più generale le proprietà degli invarianti e covarianti delle forme di un numero qualunque di serie di più variabili, riconducendo sempre la tecnica delle operazioni sulle forme invarianti al suo elemento essenziale, cioè all'operazione di polare. Meritevole di speciale menzione è l'indagine che egli fece sulla difficile questione del numero dei covarianti di gradi dati nelle variabili, e nei coefficienti delle forme fondamentali.

Le più recenti sue ricerche, sul tema in discorso, si connettono a quelle di Hilbert sui sistemi completi di formazioni invariantive per le forme algebriche, e sulle successioni infinite di polinomi a più variabili. Da un principio di aritmetica estremamente semplice e generale il Capelli trasse un nuovo modo di dedurre la principale proposizione di Hilbert, e quindi estese il teorema al caso, in cui i polinomi abbiano infiniti termini, pur non essendo astretti ad un determinato ordine di somministrazione, e neanche a rappresentare una serie convergente. Chiude questo gruppo un corso litografato di lezioni sulla Teoria delle forme algebriche, in cui sistematicamente si trovano esposte la parte fondamentale, e le ricerche personali dell'Autore: corso che preziosissimo può riuscire a chi voglia studiare a fondo l'argomento.

I cinque lavori sulla teoria delle sostituzioni (tranne l'ultimo brevissimo

di appena due pagine) sono fra i più antichi del defunto collega, e quindi con questi egli cominciò a farsi conoscere fra i cultori delle matematiche; epperò per queste ricerche il suo nome si trova onorevolmente citato accanto a quelli del Sylvester e del Netto. In esse si trova esteso il concetto dell'isomorfismo dei gruppi di sostituzioni, e si rinvencono parecchie proposizioni sulla composizione di tali gruppi, degnissime di nota in vista dell'utile che arrecano alla Teoria delle Equazioni algebriche.

Intorno a quest'ultima Teoria si annodano i lavori del terzo gruppo dell'elenco. Essi non costituiscono, come i precedenti, un insieme diretto a risolvere un rilevante problema generale, ma contengono risposte o perfezionamenti pregevoli riferentisi a parziali questioni.

Così nelle prime due Note, dopo avere stabilito un criterio mediante il quale, date due funzioni algebriche qualsivogliano di  $n$  variabili indipendenti, si possa riconoscere se una di esse sia esprimibile razionalmente per mezzo dell'altra e delle funzioni simmetriche elementari delle variabili, si studiano, mediante la teoria di Galois, gli irrazionali algebrici numerici relativi ad un dato campo di razionalità. Tre altre, senza poggiarsi sulla ora citata teoria, trattano questioni concernenti l'irriducibilità dell'equazione binomia in un campo qualunque di razionalità, estendendo risultati già noti per casi particolari.

Due Note forniscono teoremi analoghi a quelli di Cartesio e Fourier per la ricerca d'un limite non superato dal numero delle radici reali d'un'equazione algebrica, comprese in un dato intervallo, considerando, invece della successione delle derivate, quella delle differenze ad incremento finito.

Si assegna in un seguente lavoro un metodo d'approssimazione delle radici d'un'equazione mediante l'uso delle successioni ricorrenti, ed in un articolo ulteriore si dà un'elegante interpretazione del numero che esprime la caratteristica della matrice di Sylvester per la risultante di due funzioni intere.

Infine in quattro Note si ritrova lo sviluppo di quel ramo della funzione  $z$  delle variabili indipendenti  $p_0, p_1, \dots, p_n$ , la quale soddisfa all'equazione

$$a_0 + p_0 + (a_1 + p_1)z + (a_2 + p_2)z^2 + \dots + (a_n + p_n)z^n = 0$$

e che per  $p_0 = p_1 = \dots = p_n = 0$  diventi eguale ad una determinata radice semplice e finita dell'equazione

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_n z^n = 0.$$

Si esamina il campo di convergenza di questo sviluppo, e con vari metodi se ne calcolano i coefficienti.

Le pubblicazioni del IV gruppo, che ho intitolato Teorie varie di Algebra e d'Aritmetica, hanno uno scopo eminentemente didattico, all'infuori di alcune

Note, le quali risolvono quistioni ausiliarie, che all'autore occorreva richiamare nello svolgimento delle sue più importanti Memorie. Esse contengono serie e profonde meditazioni sui fondamenti della scienza dei numeri, ponendo in relazione l'aritmetica elementare coi concetti di gruppo e di invariante, che si svolgono nei rami più elevati della matematica.

Ho segnato, come coronamento di questa parte della produzione del nostro compianto collega, il magistrale volume di poco men che mille pagine intitolato Istituzioni di Analisi Algebrica, il quale interamente rispecchia la valentia pedagogica di lui.

Le Memorie dei restanti gruppi mostrano come la cultura del Capelli non sia stata unilaterale, e come egli abbia approfonditi i suoi studi anche nei rami dei cui insegnamenti era incaricato, oltre che nell'Algebra, di cui dava lezioni come professore ordinario.

Così dove studiò il modo di comportarsi al contorno delle derivate prime e seconde d'una funzione, che risolve il problema di Dirichlet; dove perfezionò un punto delle Lezioni del Neuman sulla teoria Riemanniana degli Integrali abeliani; dove, poggiandosi sulla teoria delle funzioni di variabili complesse, fornì una nuova deduzione delle formole di Heymann per risolvere, con integrali definiti, le equazioni algebriche, e dove infine, per limitarmi a segnalare le più notevoli Memorie, trattò delle relazioni algebriche fra le funzioni  $\vartheta$  di uno o più argomenti, delle formole di addizione, e delle caratteristiche; studiò la formola di Jacobi per le  $\vartheta$  di una variabile, e le numerose formole derivate, che ricondusse tutte a tre tipi, ed estese infine le sue considerazioni alla formola di Riemann per le funzioni  $\vartheta$  a più argomenti.

Dei due lavori geometrici merita più attenzione quello relativo alla limitata possibilità di trasformazioni conformi nello spazio. In esso, mediante considerazioni semplici di geometria infinitesimale, l'autore dimostrò un teorema stabilito da Liouville con metodo analitico piuttosto complicato.

Ho discorso fuori dei suoi studi matematici, ma chi lo avvicinava sa bene l'interesse, con cui egli si occupava pure di quistioni attinenti ad altri rami di scibile. Molti ricorderanno il suo discorso inaugurale dell'anno accademico 1889-90 nella Università di Napoli, indicato nell'elenco al N. 75, in cui, prendendo in esame i processi logici, che si seguono per risolvere molte quistioni di Algebra, l'oratore mostrava come questi medesimi procedimenti possano servire a trattare quistioni di Filosofia, dei cui progressi egli si mostrava informatissimo. Anche in qualche arte bella egli ha dato saggio di non comune capacità, avendo eseguito miniature di squisita perfezione.

A tante doti intellettuali facevan perfetto riscontro le più elevate qualità morali. Egli, esemplare di probità, era parco di promesse, ma largo del suo incondizionato e disinteressato appoggio a chi meritava la sua stima.

Pieno di fede in un ideale di pace e di giustizia, rifuggiva dalla mali-

cezza e da quella povertà morale, che, fatta di scetticismo, faceva le energie e corrompe le coscienze.

Oltre a volgarizzare dalla cattedra i trovati della scienza, egli educava la scolaresca colla sua paterna bontà, e coll'esempio più che colle parole.

Per quanto imperfetti e rapidi siano questi cenni della molteplice produzione scientifica di Alfredo Capelli, essi basteranno a confermare nei lettori di questo Giornale la convinzione che ben grave è la perdita che colla morte di lui ha subita la scienza, ed in particolare la Università, e le numerose Società scientifiche, cui egli apparteneva.

Specialmente in lutto è poi la Redazione di questo Giornale che egli direbbe per ben 16 anni!

Napoli, 31 Marzo 1910.



## ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

FATTE DA

ALFREDO CAPELLI

(1876-1909)

## I. — Teoria delle forme algebriche.

1. Sopra un punto della teoria delle forme binarie. Giornale di Battaglini, vol. XVI, p. 217—1878.
2. Sopra la corrispondenza  $(2, 2)$  ossia la forma  $f(x^2, y^2)$  e i suoi invarianti e covarianti relativi a due trasformazioni lineari indipendenti delle variabili. G. di B., vol. XVII, p. 69—1879.
3. Sopra le forme algebriche ternarie a più serie di variabili. G. di B., vol. XVIII, p. 17—1880.
4. Sopra un problema di partizione in relazione alla teoria delle forme algebriche. G. di B., vol. XIX, p. 87—1881.
5. Sopra g' invarianti delle forme algebriche binarie. Giornale di scienze naturali ed economiche di Palermo, vol. XV—1881.
6. Sul numero dei covarianti di grado dato per forme di qualsivoglia specie. G. di B., vol. XX, p. 293—1882.
7. Fondamenti d'una teoria generale delle forme algebriche. Memorie della R. Accad. dei Lincei, Cl. di sc. f. m. e n., vol. XII<sub>3</sub>, p. 529—1882.
8. Alcune formole numeriche in relazione alla teoria delle operazioni di polare. G. di B., vol. XXI, p. 343—1883.
9. Estensione della formola pel numero dei covarianti al caso delle trasformazioni lineari indipendenti. Rend. della R. Acc. dei Lincei, Cl. di sc. f. m. e n., vol. XV<sub>3</sub>, p. 233—1883.
10. Sopra la permutabilità delle operazioni invariantive. Rend. della R. Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. XXV<sub>1</sub>, p. 135—1886.
11. Ueber die Zurückführung der Cayley'schen Operation  $\Omega$  auf gewöhnliche Polar Operation. Mathem. Annalen, Bd. XXIX, p. 331—1887.

12. Sulle operazioni invariantive delle funzioni di  $n$  serie di variabili  $n^{\text{re}}$ . Rend. del Circ. mat. di Palermo, T. I, p. 58—1887.
13. Sopra un teorema che si collega strettamente colla formola che serve ad esprimere le forme algebriche di  $n$  serie di variabili  $n^{\text{re}}$  per mezzo di potenze del determinante delle variabili e di forme che dipendono da sole  $n-1$  serie di variabili. Rend. del Circ. mat. di Palermo, T. I, p. 133—1887.
14. Osservazioni sopra le relazioni che possono aver luogo identicamente fra le operazioni invariantive. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. I<sub>2</sub>, p. 110—1887.
15. Determinazione delle operazioni invariantive fra due serie di variabili permutabili con ogni altra operazione della stessa specie. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. I<sub>3</sub>, p. 236—1887.
16. Ricerca delle operazioni invariantive fra più serie di variabili permutabili con ogni altra operazione invariantiva fra le stesse serie. Atti dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. I<sub>2</sub>, N. 1—1888.
17. Una legge di reciprocità per le operazioni invariantive fra due serie di variabili  $n^{\text{re}}$ . Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. II<sub>3</sub>, p. 189—1888.
18. Sur les Opérations dans la théorie des formes algébriques. Math. Annalen, Bd. XXVII, p. 1—1890.
19. Sopra un'estensione dello sviluppo per polari delle forme algebriche a più serie di variabili. Rend. della R. Acc. dei Lincei, Cl. di sc. f. m. e n., vol. VII, p. 161—1891.
20. Nuova dimostrazione del teorema sullo sviluppo per polari delle forme algebriche a più serie di variabili. Rend. della R. Acc. dei Lincei, Cl. di sc. f. mat. e n., vol. I<sub>3</sub>, pag. 3—1892.
21. Sul sistema completo delle operazioni di polare permutabili con ogni altra operazione di polare fra le stesse serie di variabili. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. VII<sub>3</sub>, p. 29—1893.
22. Dell'impossibilità di sizie fra le operazioni fondamentali permutabili con ogni altra operazione di polare fra le stesse serie di variabili. Ibid., vol. VII<sub>2</sub>, p. 155—1893.
23. Alcune formole relative alle operazioni di polare. Trad. d'una comunicazione al Congresso matem. di Chicago. G. di B., vol. XXXII, p. 376—1894.
24. Sopra un principio generale di aritmetica ed una nuova dimostrazione del teorema di Hilbert. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. II<sub>3</sub>, pagina 198—1896.
25. Estensione del teorema di Hilbert al caso di polinomi con infiniti termini. Ibid., vol. II<sub>3</sub>, p. 231—1896.
26. Nuova dimostrazione di una formola relativa alle operazioni di polare. Ibid., vol. IX<sub>3</sub>, p. 176—1903.
27. Lezioni sulla Teoria delle forme algebriche. Corso litografato—1902.

## II. — Teoria delle sostituzioni.

28. Dimostrazione di due proprietà numeriche offerte dalla teoria delle sostituzioni, ed osservazioni sopra le sostituzioni permutabili con una sostituzione data. *G. di B.*, vol. XIV, p. 66—1876.
29. Intorno ai valori di una funzione lineare di più variabili. *Ibid.*, vol. XIV, p. 141—1876.
30. Sopra l'isomorfismo dei gruppi di sostituzioni. *Ibid.* vol. XVI, p. 32—1878.
31. Sopra la composizione dei gruppi di sostituzioni. *Mem. della R. Acc. dei Lincei*, Cl. di sc. f. m. e n., vol. XIX<sub>3</sub>, p. 262—1884.
32. Sulle generatrici del gruppo simmetrico delle sostituzioni di  $n$  elementi. *G. di B.*, vol. XXXV, p. 354—1897.

## III. — Teoria delle equazioni algebriche.

33. Sopra la teoria delle funzioni algebriche di più variabili. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. IV<sub>2</sub>, p. 297—1890.
34. Sopra la teoria degli'irrazionali algebrici. *Ibid.*, vol. V<sub>2</sub>, p. 61—1891.
35. Sopra la compatibilità e la incompatibilità di più equazioni di 1° grado fra più incognite. *Rivista di Matematica*, vol. II—1892.
36. Sulla separazione delle radici delle equazioni mediante il calcolo delle differenze. Note I e II. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. VIII<sub>2</sub>, pp. 191 e 214—1894.
37. Sull'uso delle progressioni ricorrenti nella risoluzione delle equazioni algebriche. *Ibid.*, vol. I<sub>3</sub>, p. 194—1895.
38. Sulla riduttibilità delle equazioni algebriche. Note I, II e III. *Ibid.* vol. III<sub>3</sub>, p. 243, 1897; vol. IV<sub>3</sub>, pp. 84 e 243—1898.
39. Sulla riduttibilità della funzione  $x^n - A$  in un campo qualunque di razionalità. *Mathemat. Annalen*, Bd. LIIV, p. 602—1901.
40. Sulla matrice di Sylvester per la risultante di due funzioni intere. *Rend. del Circ. Mat. di Palermo*, T. XXIII, p. 130—1907.
41. Sulla risoluzione generale delle equazioni per mezzo di sviluppi in serie. Note I, II e III. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. XIII<sub>3</sub>, pp. 192, 289, e 342—1907.
42. Determinazione del coefficiente generale nello sviluppo in serie della radice di un'equazione algebrica. *Rend. del Circ. mat. di Palermo*, T. XXVI, p. 363—1908.
43. Sui coefficienti degli sviluppi in serie di potenze delle funzioni algebriche di più variabili. *Atti del IV congresso internazionale dei matematici a Roma*, Vol. II, p. 156—1909.

## IV. — Teorie varie d'Algebra e d'Aritmetica.

44. Sopra certi sviluppi di determinanti. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. III<sub>2</sub>, p. 58—1889.
45. L'analisi algebrica e l'interpretazione fattoriale delle potenze. *G. di B.*, vol. XXXI, p. 353—1893; vol. XXXIII, p. 361—1895.
46. Saggio di introduzione dei numeri irrazionali col metodo delle classi continue. *Ibid.*, vol. XXXV, p. 209—1897.
47. Sull'ordine di precedenza fra le operazioni fondamentali dell'aritmetica. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. VI<sub>3</sub>, p. 133—1900.
48. Le iper-aritmetiche e l'indirizzo combinatorio dell'aritmetica ordinaria. *Atti del II congresso internazionale dei matematici*. Parigi—1900.
49. Sulla genesi combinatoria dell'aritmetica. *G. di B.*, vol. XXXIX, p. 81—1901.
50. Il concetto di valore e l'introduzione nell'aritmetica dei numeri negativi e frazionari. *Ibid.*, vol. XXXIX, p. 240—1901.
51. Elementi di aritmetica ragionata e di algebra ad uso dell'istruzione secondaria. *Napoli—1902-04.*
52. Lezioni sui numeri reali estratte dalle Istituzioni di *Analisi Algebrica*. *Napoli—1903.*
53. Intorno all'algoritmo di Euclide. *Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli*, vol. IX<sub>3</sub>, p. 299—1903.
54. Sulle progressioni infinite di numeri reali. Note I e II. *Ibid.*, vol. XI<sub>3</sub>, pp. 80 e 204—1905.
55. Ein Beitrag zum Fermat'schen Satze. *Atti del III congresso internazionale dei matematici ad Heidelberg*, p. 148—1905.
56. Sull'opportunità di dare nell'insegnamento secondario uno sviluppo maggiore alla matematica combinatoria. *Boll. di matematica*, vol. V—1906.
57. Istituzioni di *Analisi Algebrica*. *Napoli—1* ediz. (col titolo *Lezioni di Algebra complementare ad uso degli aspiranti alla licenza universitaria in scienze fisiche e matematiche*) 1894—II ediz. (idem) 1898—III ediz. 1902—IV ediz. 1909 (prestando dal trattato col titolo *Corso di Analisi algebrica cominciato a pubblicare in collaborazione col Prof. Garbieri nel 1886 e rimasto incompiuto*).
- V. — *Analisi infinitesimale.*
58. Sopra l'integrale dell'equazione alle derivate parziali di Laplace. *G. di B.*, vol. XXIII, p. 123—1885.
59. Breve dimostrazione di un noto corollario del teorema di Green. *Rend. del Circ. mat. di Palermo*, T. I, p. 1—1887.

60. Osservazione sopra un teorema enunciato da Hermite. Rend. del Circ. Mat. di Palermo, T. I, p. 45—1887.
61. Sopra la teoria Riemanniana delle trascendenti abeliane. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. III<sub>3</sub>, p. 236—1889.
62. Sulla risoluzione generale delle equazioni ed in specie delle trinomie per mezzo di integrali definiti. Ibid., vol. VI<sub>3</sub>, p. 39—1892.
63. Alcune osservazioni sugli integrali comuni a due sistemi di equazioni differenziali. Ibid., vol. VI<sub>3</sub>, p. 100—1900.
64. Sulla continuità delle funzioni di più variabili reali. Ibid. vol. VIII<sub>3</sub>, p. 22—1902.
65. Sulle relazioni algebriche fra le funzioni  $\vartheta$  di una variabile e sul teorema di addizione. Note I, II e III. Rend. della R. Accad. dei Lincei, Cl. di sc. f. m. e n., vol. XI<sub>3</sub>, p. 255—1902; vol. XII<sub>3</sub>, p. 224—1903; vol. XIII<sub>3</sub>, pag. 651—1904.
66. Sull'arbitrarietà delle caratteristiche nelle formole di addizione delle funzioni  $\vartheta$  di una variabile. Ibid., vol. XIV<sub>3</sub>, p. 477—1905.
67. Sulle formole generali di addizione delle funzioni  $\vartheta$  di più argomenti. Ibid., vol. XIV<sub>3</sub>, p. 59—1905.
68. Sulla inversione delle corrispondenze. Note I e II. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. XI<sub>3</sub>, pp. 427, 470—1905.
69. Ueber die Additionsformeln der Thetafunktionen. Atti del III congresso internazionale dei matem. ad Heidelberg, p. 272—1905.
70. Sulla dimostrazione ed estensione di un teorema di Borel. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. XV<sub>3</sub>, p. 151—1909.

## VI. — Geometria.

71. Sopra la limitata possibilità di trasformazioni conformi nello spazio. Ann. di Matem. T. XIV<sub>3</sub>, p. 227—1886.
72. Soluzione di un quesito proposto dal Prof. P. H. Schoute. Rend. del Circ. mat. di Palermo, T. I, pp. 48, 53—1887.

## VII.—Note bibliografiche e biografiche, discorsi, relazioni, traduzioni.

73. Sopra un manoscritto del fu Prof. Gaetano Batà. Rend. del Circ. mat. di Palermo, T. I, p. 69—1887.
74. Riviste bibliografiche. Ibid., T. I, pp. 9, 11, 19, 23—1887.
75. La Matematica nella sintesi delle scienze. Discorso inaugurale. Annuario della R. Università di Napoli per l'anno scolastico 1889-90.
76. Commemorazione di Raffaele Rubini. Atti dell'Acc. Pontaniana di Napoli—Vol. XXI, 1891.
77. Giuseppe Battaglini. G. di B., vol. XXXII, p. 205—1894.

78. Per la commemorazione di J. J. Sylvester. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. III<sub>3</sub>, p. 165—1897.
79. Francesco Brioschi. G. di B., vol. XXXVI, p. 51—1898.
80. In commemorazione di C. Hermite. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. VII<sub>3</sub>, p. 53—1901.
81. Relazione sul concorso bandito dall'Acc. delle sc. f. e m. di Napoli al premio di Lire 1000 per le scienze matematiche. Rend. dell'Acc. di sc. f. e m. di Napoli, vol. XI<sub>3</sub>—1905.
82. Versione dal tedesco dell'articolo «Jürgens: Il concetto della molteplicità continua  $n$  volte infinita». G. di B., vol. XLV, p. 1—1907.
83. Versione dal tedesco dell'articolo «Lüroth: Sulla corrispondenza biunivoca fra due molteplicità». G. di B., vol. XLVI, p. 1—1908.