

cendo attenzione ai precedenti ragionamenti, si ricava subito, che per tutti i valori di  $\lambda$  (o  $\lambda'$ ) essa deve ridursi ad una funzione di  $\lambda'$  (o  $\lambda$ ), che è un quadrato perfetto. Dunque il determinante del primo membro della 8) sarà della forma  $(m\lambda + n\lambda\lambda' + p\lambda' + q)^2$ , e l'equazione della suddetta corrispondenza espressa da:

$$m\lambda + n\lambda\lambda' + p\lambda' + q = 0.$$

Sostituendo ora in quest'equazione al posto di  $\lambda, \lambda'$  i loro valori desunti dalle 3), 5), ne risulterà un'equazione di 4° grado in  $x, y$ ; la quale dovrà necessariamente contenere come fattore il primo membro della 2<sup>da</sup> delle 4), e perciò liberata da esso si ridurrà ad un'equazione di 3° grado in  $x, y$ :

$$9) \dots \dots \dots F(x, y) = 0,$$

rappresentante una curva di 3° ordine.

Il fin qui detto può riassumersi nel seguente teorema:

*Si posson sempre determinare in un piano due sistemi proiettivi di cerchi, che seghino una retta di quel piano in coppie di punti appartenenti a una medesima involuzione quadratica; i punti d'intersezione dei cerchi corrispondenti de' due sistemi, che non giacciono su quella retta, son situati sopra una curva di 3° ordine, che passa pei punti comuni ai cerchi di ciascun sistema (\*).*

Che questo modo di generazione possa applicarsi a qualsivoglia cubica, si dimostra con facilità. Si osservi infatti, che i coefficienti delle potenze di  $x, y$  nella 9) dipendono dalle dodici costanti che determinano i due sistemi di cerchi 3), 5), e dalle coordinate dei punti  $p_1, p_2$ , delle quali quantità essi son funzioni razionali intere. Fra queste sedici quantità, che son necessarie alla completa determinazione della curva 9), sussistono quattro equazioni di condizione [le 1), 2), 7)], in modo che dodici di esse posson esser determinate ad arbitrio. Possiam dunque sempre disporne in modo, che quei coefficienti ricevano valori tali, da rendere la 9) identica coll'equazione di una qualunque curva del 3° ordine. Ne risulta quindi quest'altro teorema:

*Una curva del 3° ordine può sempre generarsi per mezzo di due sistemi di cerchi definiti come nel teorema precedente, e una simile generazione è possibile in infiniti modi.*

Faremo notare infine, che se la curva di quart'ordine generata da due sistemi proiettivi di cerchi, si decompone in una retta e in una cubica, i cerchi corrispondenti de' due sistemi che non si segano sulla cubica, s'incontreranno necessariamente su quella retta in coppie di punti in involuzione.

Como in Novembre 1873.

(\*) È supposto qui che la retta, sulla quale giace l'involuzione quadratica, non passi mai per alcuno di questi punti.



# GIORNALE DI MATEMATICHE

AD USO DEGLI STUDENTI

## DELLE UNIVERSITÀ ITALIANE

PUBBLICATO PER CURA DEL PROFESSORE

G. BATTAGLINI

4247

Volume XII. - 1874



NAPOLI

BENEDETTO PELLERANO EDITORE

LIBRERIA SCIENTIFICA E INDUSTRIALE

Strada di Chiaia, 60

# INDICE

Sull'integrale $\int F(x) \ln x \, dx$ , esteso fra limiti reali e positivi, quando la $F(x)$ sia una funzione razionale; per D. Besso . . . . .	pag. 1
Quistione 29; per V. Mollame . . . . .	14
Sui sistemi di rette nello spazio ( <i>continuazione, Vedi Vol. XI, p. 348</i> ); per F. Aschieri .	45
Bibliografia; per F. Ruffini . . . . .	22
Sul grado dell'eliminante del sistema di due equazioni; per V. Janni . . . . .	27
Intorno alle opere di Alfredo Clebsch. Versione dal tedesco; per A. Favaro . . . . .	28
Soluzione della quistione 10; per F. Tirelli . . . . .	75
Soluzioni delle quistioni 23, 24, 25, 26, 27, 28; per G. Pittarelli . . . . .	78
Risoluzione dell'equazione di 3° grado; per D. Amanzio . . . . .	89
Sopra un'applicazione geometrica della teoria delle funzioni ellittiche; per P. Paci . .	93
Sopra alcune applicazioni geometriche delle funzioni ellittiche; per P. Paci . . . . .	97
Teoria delle funzioni isobariche ( <i>continuazione, Vedi Vol. XI, p. 97</i> ); per N. Trudi . . . .	110
Sopra una superficie gobba dell'ottavo grado, e di genere zero; per F. Aschieri . . . .	129
Due teoremi sulla generazione delle curve razionali; per O. Tognoli . . . . .	136
Dimostrazione di alcuni teoremi sui determinanti; per V. Janni . . . . .	142
Sulla curva d'intersezione della sfera col toro, e sopra, una notevole proprietà di que- st'ultima superficie; per T. Fuortes . . . . .	146
Nota intorno ad alcune formole che si deducono dalla formola di Taylor; per A. Fais . . . .	148
Sulla ricerca dell'equazione dell'involuppo di una serie di curve piane; per A. Fais . . . .	150
Soluzione della quistione 29; per M. Albeggianni, ed altri . . . . .	152
Del cambiamento dei piani coordinati nel metodo delle proiezioni axonometriche; per F. N. . . . .	154
Sulla generazione delle curve razionali d'ordine pari, mediante serie proiettive di cer- chi e sfere; per O. Tognoli . . . . .	161
Intorno agli integrali ellittici considerati come funzioni del modulo; per G. Torelli . . . .	168

Intorno ad una quistione proposta da Faure; per G. Pittarelli . . . . .	176
Sulle progressioni di ordine superiore; per A. Bonolis . . . . .	179, 231
Sul rapporto anarmonico sezionale, e tangenziale delle coniche; per G. Battaglini . . . . .	193
Sopra i sistemi materiali di egual momento d'inerzia; per D. Chelini . . . . .	201
Bibliografia . . . . .	206
Nuova dimostrazione di una importante formola algebrica; per V. Valeriani . . . . .	208
Nota sui circoli nella Geometria non euclidea; per G. Battaglini . . . . .	213
Sulle curve gobbe razionali; per O. Tognoli . . . . .	220
Rettifiche; per F. A. . . . .	228
Annunzio Bibliografico . . . . .	ivi
Sulla serie binomiale; per V. Janni . . . . .	229, 312
Sulle curve gobbe razionali del quarto ordine ( <i>continuazione, Vedi Vol. XI, p. 221</i> ); per A. Armenante . . . . .	250
Sul rapporto anarmonico sezionale e tangenziale delle quadriche; per G. Battaglini . . . . .	266
Esposizione della risoluzione delle equazioni di Galois; per G. Janni. . . . .	277
Sulla Geometria proiettiva; per G. Battaglini . . . . .	300
Intorno all'epicicloide sferica; per A. Ruiz de Cardenas . . . . .	313
Sopra una forma compendiata delle equazioni differenziali immediate d'ordine supe- riore; per A. Fais . . . . .	320
Sui centri di gravità di alcune curve piane; per V. Retali. . . . .	326
Quistioni 30, 31, 32, 33, 34; per V. Retali . . . . .	338
Deformazione di un ellissoide omogeneo elastico isotropo; per C. Arzelà . . . . .	339
Sullo sviluppo delle Funzioni a variabili piccolissime; per F. Caldarera. . . . .	348
Di alcune forme geometriche in spazii a sei dimensioni; per F. Aschieri . . . . .	368
Sopra gli assi e i raggi vettori nella ellisse; per L. Crocchi . . . . .	375
Proprietà derivate dalle curve e superficie arguisiane; per L. Crocchi . . . . .	378

# GIORNALE DI MATEMATICHE

AD USO DEGLI STUDENTI

DELLE UNIVERSITÀ ITALIANE

SULL' INTEGRALE  $\int F(x) \log x \, dx$ , ESTESO FRA LIMITI REALI E POSITIVI,  
QUANDO LA  $F(x)$  SIA UNA FUNZIONE RAZIONALE

PER  
**DAVIDE BESSO**

1. Colla decomposizione della funzione razionale, l'integrale di cui si tratta viene decomposto in tanti termini della forma  $\int x^m \log x \, dx$ ,  $\int \frac{\log x}{(x-a)^n} \, dx$ , il primo dei quali si può sempre esprimere in termini finiti, e il secondo pure quando sia  $n > 1$ , come si rileva facilmente coll' integrazione per parti. Resta quindi a considerare il caso di  $n = 1$ , cioè l'integrale  $\int \frac{\log x}{x-a} \, dx$ .

Supponendo dapprima che  $a$  sia reale e ponendo  $x = \pm az$ , secondo che  $a$  è positivo o negativo, quest'integrale si ridurrà agli altri due:

$$\int \frac{\log x}{1+x} \, dx, \quad \int \frac{\log x}{1-x} \, dx.$$

Poniamo ora:  $\int_1^\beta \frac{\log x}{1+x} \, dx = \lambda(\beta), \quad \int_1^\beta \frac{\log x}{1-x} \, dx = \mu(\beta),$

dove supponiamo che  $\beta$  sia reale e positivo. Si dimostra facilmente che ambedue queste funzioni sono sempre finite e continue. La derivata della  $\lambda$  è sempre negativa per  $\beta < 1$  e positiva per  $\beta > 1$ ; epperò questa funzione che s'annulla per  $\beta = 1$ , sarà positiva e decrescente da 0 ad 1, ancora positiva ma crescente per  $\beta > 1$ , e diverrà infinita per  $\beta$  infinita. Esaminando la derivata seconda si trova inoltre, che la curva  $y = \lambda(\beta)$  è convessa da  $\beta = 0$  ad un valore di  $\beta$  che è compreso fra 3.591 e 3.592 ed è concava da questo valore di  $\beta$  in poi. La funzione  $\mu$  è anch'essa po-